



**HAL**  
open science

## Symétrie et brisure de symétrie en mécanique quantique

P. Chomaz

► **To cite this version:**

| P. Chomaz. Symétrie et brisure de symétrie en mécanique quantique. 1998, pp.1-54. in2p3-00978783

**HAL Id: in2p3-00978783**

**<https://in2p3.hal.science/in2p3-00978783v1>**

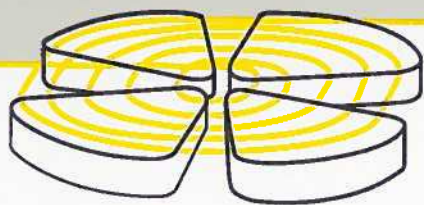
Submitted on 14 Apr 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# GANIL

GRAND ACCELERATEUR NATIONAL D'IONS LOURDS - CAEN  
LABORATOIRE COMMUN IN2P3 (CNRS) - D.S.M. (CEA)



## **Symétrie et brisure de symétrie en mécanique quantique**

Philippe CHOMAZ

GANIL, BP 5027, F-14076 Caen Cedex 5, France

GANIL P 98 30

# Symétrie et brisure de symétrie en mécanique quantique

Philippe CHOMAZ

## Déchiffrer le langage des Quanta

Dans le monde de l'infiniment petit, celui des atomes, des noyaux et des particules, la mécanique quantique impose ses lois. La découverte des Quanta, cette incroyable castration du Possible en des grains de matière et de rayonnement, en des niveaux d'énergie discrets nous force à penser le Singulier pour comprendre l'Universel. Nombres quantiques, Nombres magiques, les Nombres signent l'onde. La matière est vibration. Pour décrire la musique du monde, il faut clefs, mesures, notes, règles et partitions : il faut la mécanique quantique.

Les particules ne se réduisent pas à des points matériels comme le croyaient les savants des siècles passés, mais elles doivent être imaginées dans la plénitude de l'espace, dans l'accomplissement des formes et des volumes. Alors qu'Einstein se demandait si Dieu joue aux dés, il ne fait aucun doute pour ses contemporains que s'il existe il est géomètre.

Dans une Nature rendue à la Géométrie, les symétries reprennent leur place au service de l'Harmonie. Les symétries permettent la mise en ordre des niveaux d'énergie pour les rendre intelligibles. Elles imposent leurs règles géométriques aux ondes de matière leur donnant des propriétés qui, parfois, nous surprennent. Symétries cachées, symétries internes, il n'est pas rare que l'observation d'un ordre dans ce monde de Quanta nous force à concevoir des symétries nouvelles. En retour, les symétries nous fournissent de nouvelles observables qui entraînent vers de nouveaux espaces d'observations.

## Symétries en mécanique quantique

Il serait illusoire de vouloir décrire en quelques pages toutes les "*symétries en physique quantique*". J'ai donc dû faire des choix en m'appuyant sur le système quantique qui m'est le plus familier : le noyau de l'atome. Je suis conscient que ces choix peuvent frustrer certains lecteurs et certains collègues et

je m'excuse par avance des sacrifices auxquels la concision me contraint. Au coeur des noyaux d'atomes, la mécanique quantique joue un rôle essentiel. Certaines symétries qui en résultent, peuvent être tout aussi étonnantes que leurs brisures sont spectaculaires. Je me concentrerai dans cette présentation sur deux exemples où la mécanique quantique est partie prenante et qui possèdent une spécificité nucléaire d'ordre historique, phénoménologique ou conceptuel.

J'évoquerai en particulier les noyaux sphériques et les noyaux déformés (et même super ou hyper - déformés) dont l'existence est profondément reliée au concept de magicité et de couches, paradoxe d'un système complexe à qui la mécanique quantique confère simplicité, stabilité et ordre.

J'aborderai ensuite la symétrie d'isospin. Basée historiquement sur la ressemblance entre protons et neutrons (les deux types de particules qui forment les noyaux des atomes) cette spéculation théorique cherche à décrire ces deux particules comme deux facettes d'une seule réalité. Cette idée est confortée par de très nombreuses observations expérimentales. Dans un cadre quantique, elle nous oblige à imaginer un espace nouveau d'une nature différente du nôtre où les particules se meuvent en se transformant les unes dans les autres.

Dans ces deux exemples, je mettrai en regard l'histoire de la mécanique quantique et de la physique nucléaire et l'actualité de la recherche en essayant de dégager les enjeux pour l'avenir et les implications sur notre vision du monde.

### **Les maux des mots**

*"Symétrie et brisure de symétrie"*, si vous prononcez ces mots devant un scientifique, vous verrez souvent son regard s'éclairer, s'éclairer de richesses cachées entr'aperçues, s'éclairer du sentiment d'être complice avec la nature, de comprendre son langage, d'avoir pu décrypter certain de ses secrets... Mais comment faire partager ce plaisir contemplatif ?

Comment faire partager la beauté d'une équation ? D'un formalisme ? D'une idée ? ...

C'est là que bien souvent les mots nous trahissent ...

En physique, au sein de cette diaspora que l'on nomme communauté scientifique internationale, par delà les cultures et les langues, après souvent des siècles de réflexion, de discussion, de définitions, de polémiques, de progrès, d'évolutions ou de révolutions ... les mots se sont fait modèles, concepts, théories... Ainsi quoique souvent banals, ces mots ont perdu sens commun... Dans ces conditions comment faire goûter à un cuisinier les beautés étranges, les charmes profonds et les véritables sommets des "*saveurs des quarks*" ? Comment ne pas éblouir (ou aveugler) un peintre avec les couleurs de "*la chromodynamique quantique*" ? Comment ne pas plonger un helléniste dans un abîme de perplexité<sup>1</sup> en disséquant "*les atomes*" ? Comment faire réfléchir un narcissique sur l'image des "*noyaux miroirs*" ? ...

Parfois, le physicien a cru échapper aux maux des mots, aux récifs des récits, aux écueils des écrits, en inventant termes et expressions. Mais ces nouveaux mots qui ne font sens qu'en science, à ne pas être communs, ne savent pas communiquer. Ils ne l'aident en rien à faire partager son contentement de comprendre ! Alors il n'est d'autre recourt que d'appeler les vieux mots à la rescousse en s'efforçant d'en contenir le sens<sup>2</sup>.

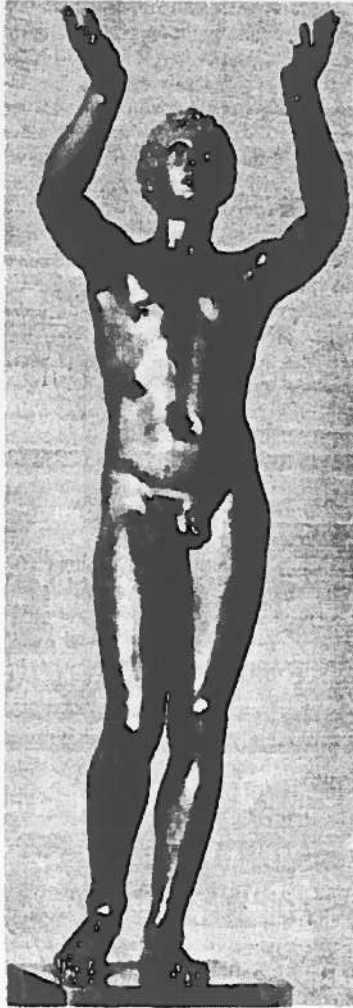
Le mot symétrie possède des sens forts. La dialectique "symétrie et brisure" en devient presque symbolique rappelant le mythique combat du "*Bien et du Mal*". En physique, les symétries sont associées à des phénomènes et même des concepts multiples. La tache de dissertar sur les "symétries en physique quantique" n'en est donc que plus ardue et le lecteur devra

---

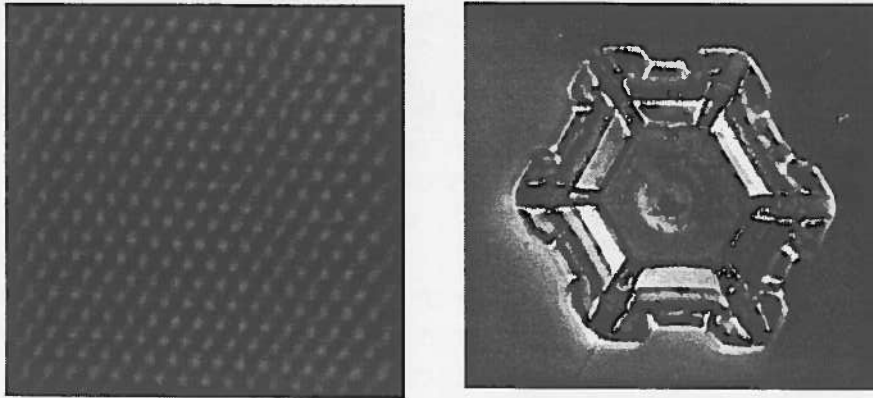
<sup>1</sup> Même si certains humoristes prétendent que tout helléniste plongé dans un abîme de perplexité y reçoit une poussée de bas en haut égale au poids d'abîme déplacé !

<sup>2</sup> Quelle "*entropie*" ne s'est jamais fait traiter de "*désordre*" ? Même si l'interlocuteur informaticien aurait mieux compris qu'elle est l'opposée de "*l'information*" alors que son voisin croupier de casino se serait contenté d'un discours sur "*la chance*" et les "*probabilités de gain*".

rester vigilant pour que ce texte réussisse à naviguer au milieu des écueils du langage.



**Figure 1.a :**  
*Symétrie et Brisure de symétrie sont des concepts qui portent une grande charge esthétique et symbolique. On peut le constater en contemplant cette photographie d'une sculpture grecque ou par exemple en se rappelant l'affiche du film "Minuit dans un jardin anglais autour du bien et du mal".*



**Figure 1.b :**

*Les symétries se retrouvent partout dans la Nature, aussi bien dans l'infiniment petit comme l'illustre la photographie de gauche d'un arrangement d'atome pris au microscope à force atomique que dans le monde macroscopique comme le montre la photographie d'un cristal de neige à droite.*

**Des nombres en physique :  
Nombres d'onde, Nombres quantiques,  
Nombres magiques ...**

Le noyau atomique appartient au monde de l'infiniment petit qui est réglé par les lois de la mécanique quantique<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Je voudrais insister sur le fait que si "la mécanique quantique est utilisée par les physiciens pour rendre compte des phénomènes qui ont cours à des échelles microscopiques" cela ne signifie nullement qu'à notre échelle macroscopique nous puissions nous contenter de la physique classique. Le fait que la première quantification de l'énergie (les Quanta de Planck) ait dû être introduite pour comprendre la lumière émise par un four chaud devrait suffire à en administrer la preuve. Je n'ajouterai ici que quelques exemples de "l'incontournabilité" de la mécanique quantique pour comprendre le monde à notre échelle : ainsi, la chimie (ne serait ce que d'un feu de bois), l'existence de molécules bien définie (et par conséquent la vie en général) sont basées sur les propriétés quantiques des orbitales des atomes comme le carbone; certains cristaux, les conducteurs, semi-conducteurs et isolants et par conséquent les transistors et les ordinateurs ; la supra conductivité, la superfluidité, l'effet photoélectrique; le laser, la radioactivité, la nucléosynthèse, ... sont tous des phénomènes quantiques dont les conséquences sont observables à notre échelle et qui devraient nous rappeler que tout comme les particules élémentaires, nous vivons dans un monde quantique.

Qu'est-ce que la mécanique quantique ?

Voilà la Question !

Celle qui posée par un néophyte fait toujours trembler le physicien car il a sans doute lu que "*la mécanique quantique se fonde intégralement sur un formalisme, c'est-à-dire un ensemble de principes, de concepts mathématiques, d'équations et de règles précisément établis*". Comment expliquer un formalisme sans tableau noir et sans des années d'études ? Pourtant, cette définition tirée du remarquable Dictionnaire des Sciences peut sembler bien étrange, car l'on peut se demander en quoi elle caractérise la mécanique quantique ? La mécanique classique est-elle différente, moins formelle, moins mathématique, moins précise ? Et d'ailleurs la physique (et même les sciences) en général n'est-elle pas intimement liée aux mathématiques ? Et pourtant, malgré tous les axiomes, postulats, lemmes et théorèmes constituant les descriptions mathématiques des phénomènes observés dans toutes les branches de la physique, de la mécanique classique à la thermodynamique en passant par l'électromagnétisme, personne n'aurait l'idée de commencer par décrire le formalisme en voulant à tout prix expliquer qui les crochets de Poisson, qui les rotationnels, qui l'enthalpie libre !

Non !

Un formalisme est au service d'une idée elle-même fruit d'une phénoménologie. Un formalisme transcrit dans le langage des mathématiques une "*vision du monde*" qui cherche à rendre intelligible un ensemble d'observations. En conséquences, il est primordial de rappeler les fondations expérimentales des diverses théories et de s'attacher à ses concepts physiques plutôt qu'à ses outils mathématiques. De plus, alors qu'un formalisme n'est souvent compréhensible que par une élite, les phénomènes, auxquels il est associé, sont accessibles à tous. C'est par l'explication d'observations que les idées d'une théorie sont validées et peuvent être comprises. Ainsi la chute des corps, l'orientation des boussoles ou les transferts de chaleur d'un corps chaud à un corps froid illustrent des théories abstraites,



mécanique classique, électromagnétisme ou thermodynamique. Ces expériences souvent communes fournissent des clefs et même des justifications infiniment plus claires que les formalismes, infiniment plus justes que les analogies. Les phénomènes aident à dégager le sens, l'essence. Ils montrent le chemin de la connaissance, la démarche de la découverte, sans assener l'indiscutabilité savante des dogmes. Ils ouvrent les portes vers le savoir en évitant les forteresses des mathématiques. Essayons donc de traiter ainsi la mécanique quantique, de l'introduire à partir de la phénoménologie qui l'a historiquement imposée.

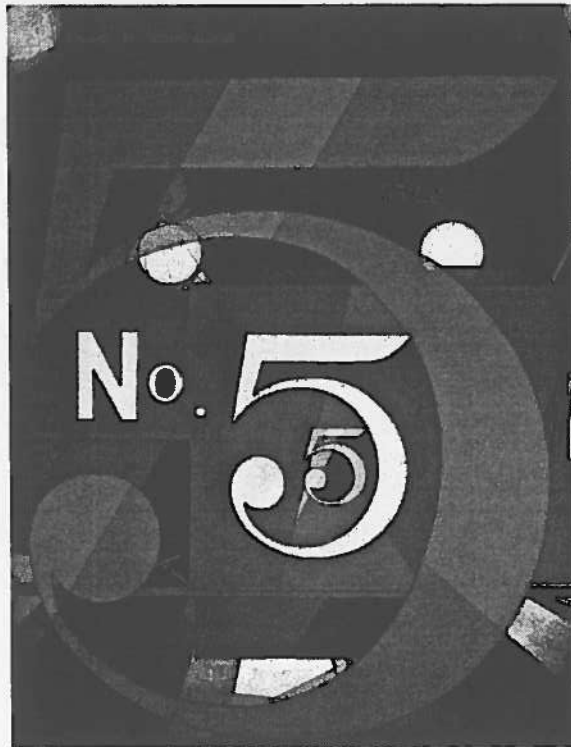
Qu'est-ce que la mécanique quantique ?

Lors d'un récent "*Bar Des Sciences*" que nous avons organisé avec quelques amis dans un de ces Cafés si typiquement Parisiens, je fus surpris d'entendre Paul Carron répondre à un Commandant de Bord s'interrogeant sur l'atome de Bohr<sup>4</sup> : "*Monsieur, la mécanique quantique c'est avant tout une sorte de numérologie*"<sup>iii</sup>. Sur le moment cette remarque heurta le physicien qui est en moi et qui ne voyait pas comment tous les espaces de Hilbert, de Liouville ou de Fock, tous les opérateurs de création et d'annihilation, tous les éléments de matrice de transition, tous les propagateurs en temps réels ou en temps imaginaires, toutes les intégrales de chemins et autres diagrammes ... comment toutes ces beautés abstraites que des années d'études et de recherches m'avaient fait découvrir, apprivoiser et aimer, pouvaient ainsi être réduites à de simples jeux de nombres.

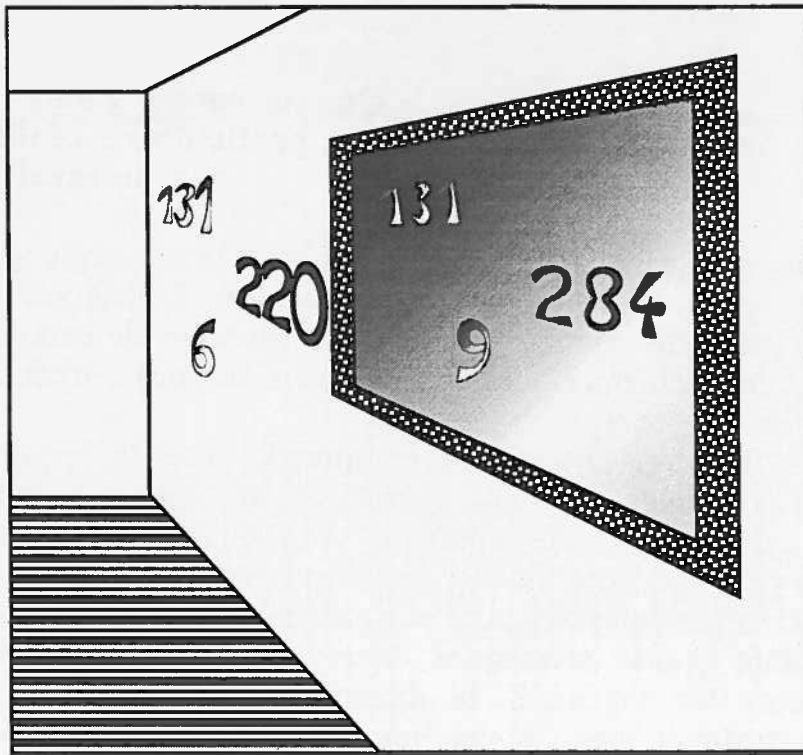
Mais très vite je compris qu'il avait raison ...

---

<sup>4</sup> Authentique, cela s'est déroulé le 6 mars 1998 au Petit Riche, célèbre Café dans le quartier de l'Opéra.



**Figure 2.a :**  
*tableau de C. Demuth sur le chiffre 5, "j'ai vu le chiffre 5 en or", référence iii page 65. La "magie" des nombres, les nombres qui régiraient l'Univers, est une tradition ancestrale. Nommer, ordonner, signifier, prédire, interpréter, symboliser ... les nombres se sont souvent vu attribuer un rôle-qui dépasse l'algèbre. Les nombres quantiques, les Quanta, ces nombres que la nature nous dévoile, ont en physique moderne très largement jouer ce rôle "meta-algébrique". Des 5 atomes de Platon les 5 polyèdres réguliers aux 5 orbitales de type quadrupolaire le chiffre 5 est aussi un nombre magique de la physique et de la géométrie..*



**Figure 2.b :**

*le divisible et l'indivisible sont, avant tout, affaire de nombre avant d'être problème de physique fondamentale. Les nombres 220 et 284 possèdent une certaine symétrie que l'on appelle amiable. Dans les pairs de nombres amis la somme des diviseurs de l'un est égale à l'autre. 6 serait quant à lui l'image du nombre parfait qui est son propre ami mais ici il illustre symétrie graphique avec le chiffre 9 avec toute la symbolique qui peut y être associée. 131 correspond lui à un autre jeu de nombre, à une autre symétrie celle des palindromes.*

**Quanta contre Cantor :  
La fin d'une nature réelle au profit d'une réalité  
naturelle<sup>5</sup>**

La mécanique quantique est avant tout la physique des Quanta, en particulier des Quanta d'énergie. L'observation directe ou indirecte<sup>6</sup> montre en effet que l'énergie de certains systèmes prend seulement des valeurs bien définies : c'est la quantification de l'énergie.

En 1900 on savait sans le comprendre que la lumière émise par certaines substances n'était pas continue mais présentait des raies de couleurs caractéristiques. Cette expérience peut être faite tous les jours en constatant la couleur orangée émise par du sel<sup>7</sup> chauffé par une flamme. Ce problème était d'autant plus mystérieux que les fréquences des rayonnements (les couleurs de la lumière) émis semblent suivre des règles arithmétiques simples faisant parfois intervenir des nombres entiers comme l'avait mis en évidence de façon empirique Balmer, Lyman, Paschen et Ritz<sup>iii</sup> ...

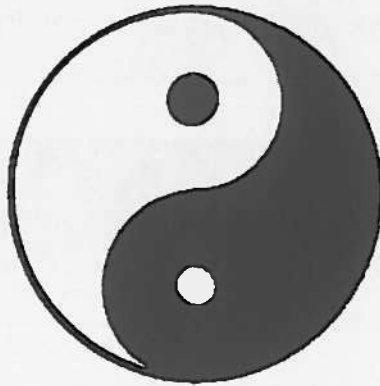
Comment comprendre ces jeux de nombres auxquels la nature "s'amuse" ?

---

<sup>5</sup> Tous les termes de cette phrase devant être pris dans leur sens mathématique de grandeurs pouvant varier continûment (représentées par des nombres réels) telle l'énergie disparaissant pour laisser place à une série de valeurs discrètes (que l'on peut associer à des entiers naturels)

<sup>6</sup> comme nous le verrons, il peut s'agir de faits expérimentaux en violent désaccord avec l'hypothèse d'une énergie pouvant varier continûment dans le cadre des théories alors bien établies : thermodynamique (thermostatistique), mécanique et électromagnétisme classiques.

<sup>7</sup> qui provient en fait du sodium



**Figure 3 :**

*Le dessin du Yin et du Yang choisis par N. Bohr comme Blason porte à la fois la symétrie et sa brisure tout en lui associant le coté symbolique du blanc et du noir du bien et du mal.*

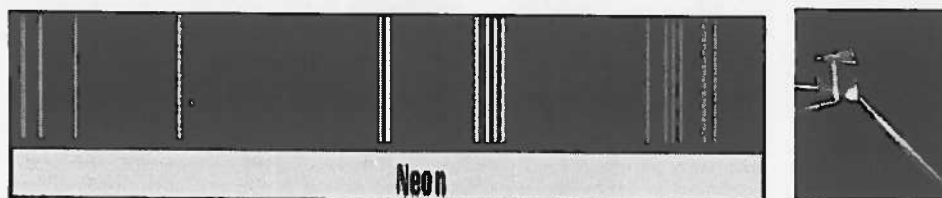
N. Bohr proposa en 1913 que cette quantification de la lumière émise par les atomes provient du fait que les niveaux d'énergie des électrons autour du noyau sont eux-mêmes quantifiés c'est-à-dire que seules certaines énergies sont permises<sup>iv</sup>. Un électron en sautant d'un niveau de l'atome à l'autre émet de la lumière dont l'énergie (la couleur) est égale à la différence d'énergie entre les deux niveaux impliqués.

Cette obligation d'abandonner l'idée que des grandeurs comme l'énergie pouvait toujours varier de façon continue avait été avancée par Planck en 1900 pour résoudre une énigme posée par l'observation de la lumière émise par les corps chauds tels les fours<sup>8</sup> (connu sous le nom paradoxal de rayonnement du corps noir). Là aussi, l'expérience est simple, car nous connaissons tous la couleur rouge d'un objet fortement chauffé qui peut même devenir blanche s'il est chauffé a blanc (sic). Eh

---

<sup>8</sup> Il ne faut pas confondre le rayonnement des fours chauds étudiés par Planck au début du siècle avec la lumière des frigos découverte par Frigidaire dans les années 50.

bien les caractéristiques de cette lumière<sup>9</sup> semblent être en contradiction avec les lois de la physique connues au début du siècle !



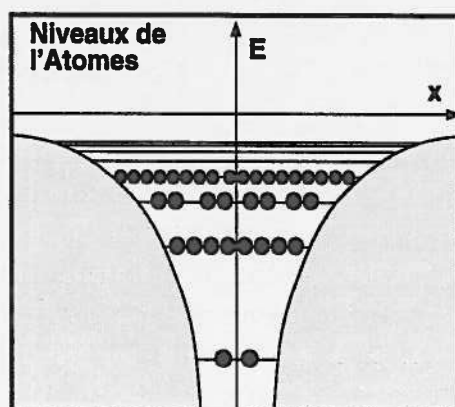
**Figure 4.a :**

*raies spectrales de certains corps. Après les difficultés liées à la lumière émise par les corps chauds, c'est l'observation des couleurs très spécifiques de la lumière émise par la matière qui imposa l'idée de Quanta. Les longueurs d'onde des rayonnements émis ne varie pas continûment mais prennent des valeurs discrètes qui sont caractéristiques de la substance considérée. Ces longueurs d'onde correspondent à des jeux de nombres que l'on ne peut comprendre qu'en supposant que les électrons des atomes sont sur des niveaux d'énergie spécifiques.*

*En sautant d'un niveau sur l'autre l'électron émet des rayonnements électromagnétiques (de la lumière) dont l'énergie (la couleur) est l'énergie qui sépare les deux niveaux. Pour les compter, pour les nommer il faut des nombres, les nombres quantiques.*

---

<sup>9</sup> son spectre, i.e. sa décomposition en différentes couleurs comme le fait un prisme, et en particulier sa composante ultraviolette ne pouvaient pas être compris dans le cadre des théories connues avant 1900 (thermodynamique et électromagnétisme).



**Figure 4.b :**  
*la figure montre schématiquement les électrons de l'atome rangés sur leurs niveaux d'énergie respectifs. C'est en sautant d'une orbitale sur l'autre que les électrons émettent (ou absorbent) un photon d'énergie égale à la différence d'énergie entre les niveaux quantiques.*

Pour comprendre ce rayonnement du corps noir Planck dû se rendre à l'évidence<sup>10</sup> que la lumière n'est pas continue, que son énergie ne peut pas prendre n'importe quelle valeur mais seulement des multiples entiers d'un Quantum élémentaire<sup>v</sup>. Ainsi, la lumière est formée de grains, de particules : "les atomes de lumière"<sup>11</sup> que l'on nomme aujourd'hui "photons".

Cinq ans plus tard, Einstein confirmait cette vision discontinue de la lumière en expliquant ainsi pourquoi la vitesse des électrons éjectés d'un corps éclairé ne dépendait pas de l'intensité lumineuse (effet photoélectrique)<sup>12</sup>.

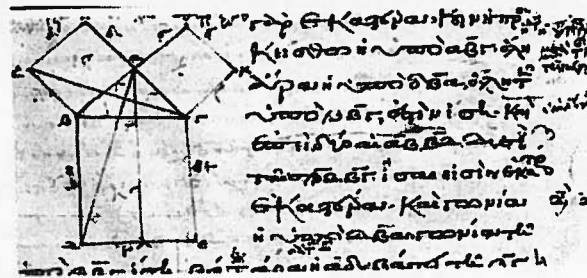
<sup>10</sup> Planck était en effet un farouche opposant des théories atomistes de la matière affirmant même en 1882 qu'il faudrait abandonner l'atome "au profit d'une matière continue". Il est donc amusant de constater que moins de 20 ans plus tard c'est lui qui jeta les bases d'une vision "atomiste", i.e. discontinue, de la lumière.

<sup>11</sup> comme les appelait encore L. de Broglie en 1923

<sup>12</sup> c'est pour cette découverte que A. Einstein reçut le Prix Nobel en 1921 un an avant N. Bohr, alors que M. Planck l'avait obtenu en 1918.

**Nombres quantiques :  
Les ombres des ondes**

La nature apparaît fondamentalement discontinue; les niveaux d'énergie sont quantifiés; il est donc possible de les compter, de leur associer des nombres entiers : les nombres quantiques. Ainsi le rêve de Pythagore d'un univers où *"Les principes des nombres sont les éléments de tous les êtres"* prend un sens nouveau, d'autant plus fort que le lien intime entre les nombres quantiques et la géométrie sera bientôt patent. Pour comprendre le réel, il faut maintenant comprendre les nombres. C'est pour cela, pour rendre intelligible ces séries mystérieuses de nombres que nous montre la nature que la mécanique quantique a dû être inventée.

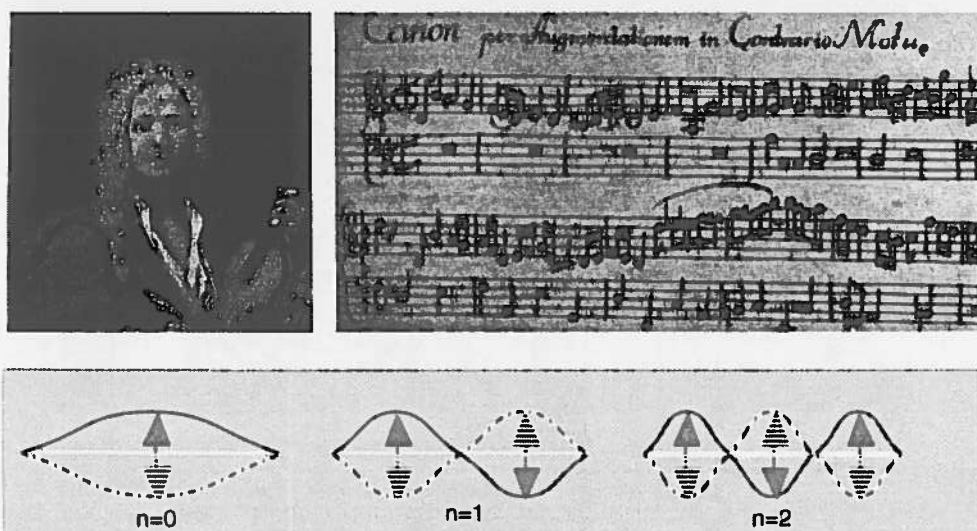


**Figure 5 :**

*les nombres sont intimement liés à la géométrie, le théorème de Pythagore en est l'un des meilleurs exemples ou même symbole (page 84 de la référence iii). Ce philosophe grec pensait que "les éléments des nombres sont les éléments des choses".*

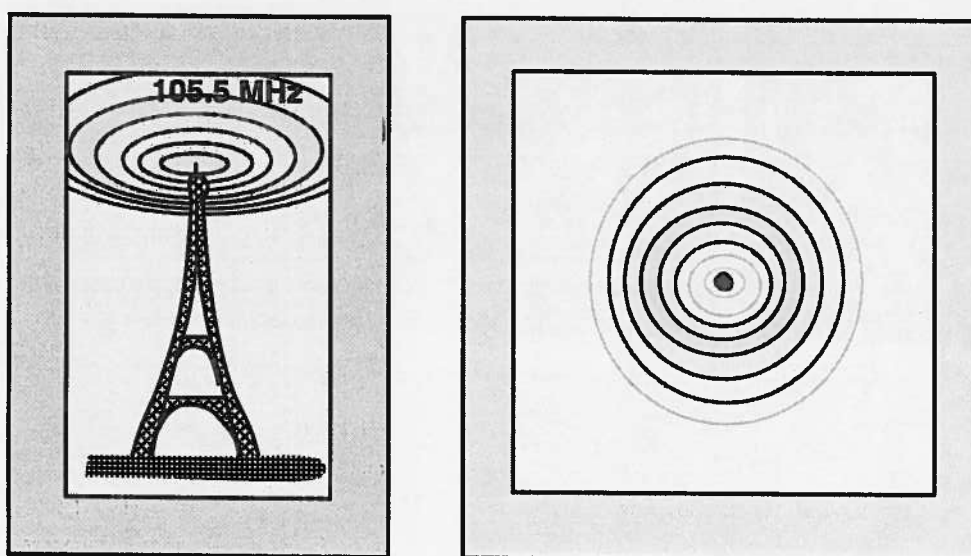
*Aujourd'hui les nombres quantiques et leur rapport étroit avec la géométrie sont les éléments de base de la physique moderne et de sa description du monde*





**Figure 6 :**

*en musique et théorie des vibrations que les nombres jouent un rôle fondamental que ce soit la mesure, le rythme, les temps, les notes, l'harmonie, les harmoniques, ... La mécanique quantique qui, au début du siècle, devait expliquer et comprendre les nombres quantifiés de la nature est partiellement mais profondément inspirée par cette analogie (voir les textes fondateurs de Schrödinger et de Broglie ainsi que les outils de la mécanique quantique modes propres et leur superpositions, transformées de Fourier et espace de Hilbert, ...) Le monde est vibration, le monde est onde ... La figure montre , outre une peinture de A. Vivaldi et une partition de J.S. Bach, les différents modes de vibration d'une corde qui fond apparaître des nombres, les nombres de ventres ou les nombres de noeuds. Pour expliquer les nombres du monde, il faut que le monde soit onde.*



**Figure 7 :**

*les électrons dans l'atome sont des ondes dans une cavité. Leur "délocalisation", le fait qu'ils occupent tout un espace est identique au fait que les ondes radio "occupent" toute une région autour de l'émetteur. Tout le monde sait que les ondes radio passent par les portes et les fenêtres, traversent même les murs et sont partout à la fois, aussi bien chez soi que chez les voisins. Il en est ainsi des électrons dans l'atome ou des neutrons dans une pile atomique, en fait de toute matière, sauf qu'il est souvent beaucoup plus rare de les voir envahir un espace aussi grand que les ondes radio qui peuvent s'étendre sur des kilomètres alors que les électrons dans l'atome sont des ondes qui s'étendent que sur un milliardième de mètre.*

C'est en s'interrogeant sur cette irruption des nombres (et en particulier des nombres entiers) que "*brusquement à la fin de l'été 1923*" L. de Broglie fit l'analogie avec les modes de vibrations d'un système physique i.e. "*avec les théories ondulatoires*"<sup>13vi</sup>. Chacun sait par exemple qu'une corde tendue

<sup>13</sup> En fait le raisonnement de de Broglie était encore plus géométrique qu'on ne l'imagine aujourd'hui. En effet, il faut se rappeler qu'au 19 siècle Hamilton et Jacobi avaient développé une théorie de la mécanique classique très proche de l'optique géométrique. Il

entre deux points comme sur une guitare ne peut vibrer qu'à une fréquence précise et ces harmoniques (i.e. à ces multiples entiers) : ses vibrations sont quantifiées. De même, les mouvements de la peau d'un tambour peuvent être décomposés en modes de vibrations de fréquence définie tout comme un tuyau d'orgue résonne pour une note précise. Bien sûr, pour qu'une certaine harmonie<sup>14</sup> se dégage de ces instruments, ils doivent respecter des règles strictes de forme et de proportion. C'est donc en mécanique ondulatoire que les nombres<sup>15</sup> règnent de façon notoire en lien étroit avec la géométrie<sup>16</sup>.

E. Schrödinger commence d'ailleurs ainsi son article historique de 1926<sup>vii</sup> où il présente le formalisme de la mécanique quantique *"Les nombres entiers s'introduisent de la même manière naturelle que le nombre entier de noeuds d'une corde vibrante. Cette nouvelle conception est susceptible de généralisations étendues et je crois qu'elle touche, de très près, la véritable essence des conditions de Quanta"*.

---

ne restait donc "plus qu'à" sauter le pas vers l'équivalent d'une optique ondulatoire *"Comme Fresnel le fit en son temps en optique, de Broglie rendit aux ondes de la mécanique analytique leur périodicité"*. Ainsi quarante ans avant que Feynmann introduise l'intégrale de chemin, de Broglie s'inspirant de Fermat avait imaginé la mécanique ondulatoire où l'action est une phase le long de tous les chemins possibles.

<sup>14</sup> Cette notion d'harmonie comme mélange de fréquences multiples d'une fréquence de base apparaît aussi en mécanique quantique.

<sup>15</sup> Il est important d'éviter ici une confusion possible entre la notion de nombre qui est une abstraction humaine pour nommer ce que l'on peut compter (ce qui est dénombrable) et l'idée qui est soulignée ici de singularité que l'on peut nommer entre autre au moyen des nombres comme le font les physiciens. Bien sur, ces singularités ont pu être nommées de bien d'autre façon en utilisant bien d'autres codes. C'est par exemple le cas des notes de musiques, ou des couleurs en optique qui sont autant de code que l'on peut transposer en nombre. C'est cette idée de code, de chiffre qui est ici soulignée par delà l'idée de nombre.

<sup>16</sup> Alors que les modes de vibration, accordés à une cavité (on dit aussi résonnants), ont un "spectre" de fréquences propres discret (i.e. présente un ensemble de fréquences possibles que l'on peut dénombrer) chaque mode de vibration est une onde que l'on doit décrire par toutes les valeurs de l'amplitude de la vibration en chaque point : c'est la fonction d'onde. Les points de l'espace étant en général innombrables, ce sont donc les caractéristiques des particules, les ondes, qui héritent de la puissance du continu, puissance que l'ensemble des états possibles du système a perdu les niveaux d'énergie étant quantifiées.

Einstein et Planck avait montré que les ondes électromagnétiques (comme la lumière) sont composées de particules. L. de Broglie puis E. Schrödinger montrèrent que les électrons étaient des ondes enfermées dans une cavité<sup>17</sup> : l'atome.

La mécanique quantique était née<sup>18</sup> de cette simple nécessité de rendre intelligible les nombres<sup>19</sup> de la nature.

### **Les Symétries : Ordonner les nombres quantiques**

Nous découvrons ainsi que le Monde est Ondes, l'Univers Vibrations. A l'instar de la pureté des notes d'un instrument de musique, les énergies d'un système fermé ne prennent pas n'importe quelle valeur. Les énergies sont directement reliées à la fréquence de la vibration par une constante connue sous le nom de constante de Planck. Ces niveaux d'énergie peuvent donc être étudiés un par un, ils peuvent être nommés,

---

<sup>17</sup> On peut ici s'interroger sur le fait que personne ne semble avoir de mal à concevoir que les ondes radio soient partout à la fois. Personne ne s'étonne outre mesure que l'on puisse voyager tout autour de Paris en recevant partout France-Info sur 105.5 Mhz. Que les fabuleuses chroniques radiophoniques de Marie-Odile Monchicourt soient de véritables passe-muraille n'interloque plus ceux qui pourtant les reçoivent à l'intérieur de bâtiment. Pourtant, souvent les mêmes personnes semblent ne pas pouvoir se faire à l'idée que l'onde de l'électron puisse être partout autour du noyau de l'atome. Et pourtant, l'atome est beaucoup plus petit que Paris et il devrait donc être plus étonnant de se rendre compte que les photons de France-Info s'étendent sur des kilomètres que d'imaginer que les électrons occupent un volume microscopique.

<sup>18</sup> Il peut être intéressant de remarquer que c'est aussi l'existence d'états d'énergie dans l'atome et l'observation de transitions d'un électron entre deux niveaux (ce sont ces transitions qui sont responsables de l'émission de rayonnements dont la couleur est directement reliée à la différence d'énergie entre les deux niveaux) qui permirent à W. Heisenberg de formuler en 1925 une approche à base de matrice reliant les niveaux deux à deux. Cette approche c'est avérée être équivalente à la théorie de Schrödinger.

<sup>19</sup> En 1926, Schrödinger mettra "en musique" ces vibrations en formulant l'équation qui les régit. Cette équation dite de Schrödinger est encore aujourd'hui la base de la mécanique quantique (non relativiste). Il est particulièrement instructif de rappeler que l'essentiel du formalisme de la mécanique quantique, des espaces de Hilbert à la transformée de Fourier, provient de l'étude des vibrations et des résonances (des instruments de musique)

numérotés<sup>20</sup> par des nombres entiers que l'on dit quantiques. En contre partie de cette réduction de la complexité du monde, la connaissance des ondes associées à chacun nécessite la mesure d'une multitude continue de nombres réels et même complexes<sup>21</sup>: l'amplitude de vibration en chaque point de l'espace, ensemble infini de valeurs<sup>22</sup> que l'on nomme fonction d'onde. En occupant l'espace les ondes (donc les particules) sont formes, figures et volumes. Il n'est donc pas surprenant que ce soit la géométrie et en particulier les symétries qui nous permettent de décrypter le Chiffre de la Nature.

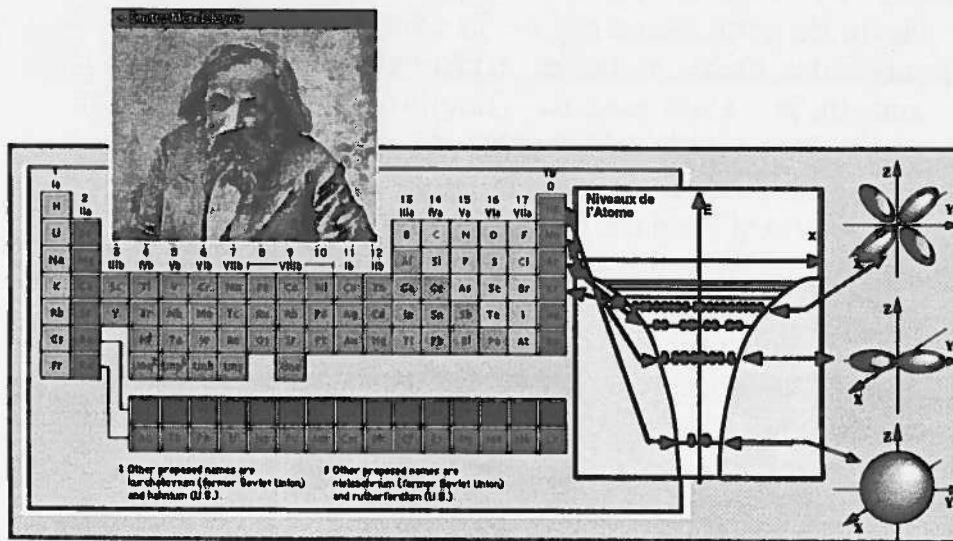
Classer les nombres, les formes, les observations, les niveaux d'énergie, ... pour en comprendre le sens, en résoudre les énigmes, voilà le travail que la quantification du monde nous impose. Tant que tous étaient possibles comme dans "*l'ancienne Physique*" rien n'importait vraiment. Maintenant que l'on sait que la nature ne varie pas continûment, l'énigme des nombres devient la Question.

---

<sup>20</sup> Donnons dès à présent un exemple de ce nouveau code qui à du être inventés pour rendre compte des quanta. Le premier niveau d'énergie de l'atome (l'état fondamental de l'atome d'hydrogène) est appelé orbitale 1s ou monopolaire, il porte le numéro 1 car c'est le premier. Elle est associée à un spin nul car l'électron n'effectue aucune rotation autour du noyau. Ce spin nul se traduit par une forme sphérique parfaite. On nomme s les orbitales sphériques.

<sup>21</sup> La réalisation du fait que chaque particule possède un nombre infini de degrés de libertés peut être vue comme l'une des grandes ruptures avec la mécanique classique qui la décrit seulement avec une position et une vitesse (ou en général un nombre fini de coordonnées et de vitesse associées).

<sup>22</sup> On peut ici comprendre que cette fonction d'onde demande une connaissance infinie (d'un nombre infini de valeur) ce qui est bien sûr impossible. Cette vision du monde implique donc qu'il est impossible de connaître complètement l'état d'un système ou de le préparer dans un état complètement déterminé. Ce n'était pas le cas en mécanique classique ou il suffisait pour une particule d'en connaître la vitesse et la position. Une approche quantique complète demande donc que l'on traite à priori cette ignorance, cette entropie, en ayant une approche statistique du monde... Cette remarque est intimement liée aux problèmes d'interprétation de la mécanique quantique car c'est dans cette ignorance originelle qu'il faut chercher la source de l'aspect statistique de la mécanique quantique. Mais c'est une autre histoire et le lecteur ferré et féru mais pas fier fera l'effort fervent et fécond de se référer à (et se farcir) un féal fascicule sur la fascinante affaire de la mesure en mécanique quantique.

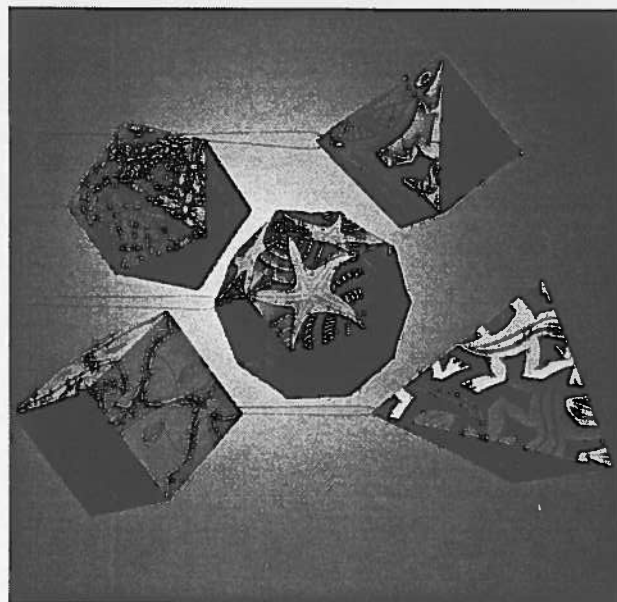


**Figure 8 :**

*Mendéleiev remarqua des récurrences dans les propriétés chimiques des éléments rangé par ordre de masses croissantes. Il inventa ainsi sa célèbre table. Ces récurrence trahissent l'origine quantique des propriétés chimiques qui sont intimement liées aux symétrie des orbitales des électrons (voir à droite).*

Depuis toujours cette idée de mettre en parallèle, d'ordonner, de rechercher des régularités, des similitudes, des périodicités a été un des moteurs de la connaissance et de la compréhension. Un des plus étonnants exemples est sans nul doute l'idée de Mendéleiev d'identifier des récurrences dans les comportements des éléments chimiques. En regroupant ainsi la (petite) centaine d'éléments connus en quelques familles aux propriétés chimiques voisines, il donna un sens à une multitude d'observations. Mais son classement empirique prit tout son sens avec la mécanique quantique. Les propriétés chimiques découlent directement de la forme des ondes et du nombre d'électrons qui les occupent. La périodicité observée par

Mendéleiev révèle en fait les caractéristiques et en particulier les symétries et les formes des ondes des électrons dans l'atome.



**Figure 9 :**  
*le lien des nombres et de la géométrie a toujours fasciné les hommes. Les grecs connaissaient les cinq polyèdres réguliers (ceux de la figure sont tirés de la référence iii). Les nombres sont formes, ils sont profondément liés à la structure de l'espace. M.C. Escher quant à lui a souvent joué avec les symétries et la géométrie.*

### **Le cinquième élément La géométrie se fait nombre**

Cette idée de forme des atomes est, en fait, très ancienne puisqu'elle remonte aux philosophes grecs tels Aristote ou Platon. Comme pour le tableau de Mendéleiev, les nombres y jouent un rôle essentiel.

Depuis que "*la quantité fait nombre*", les nombres et en particulier les nombres entiers sont profondément reliés à la géométrie. Les philosophes grecs avaient découvert les 4 polyèdres réguliers: le Tétraèdre à 4 faces triangulaires (3 côtés), le cube possédant 6 faces carrés (4 cotés), l'octaèdre formé de 8 triangles, l'icosaèdre rassemblant 20 triangles. Ils attribuaient une telle importance à ces formes élémentaires avec leurs "*nombres magiques*" de faces, d'arrêtés et de sommets qu'ils les pensaient comme "*les substances simples du monde*" : les atomes. Les questions soulevées par la découverte d'un cinquième polyèdre régulier le dodécaèdre avec ses 12 pentagones (5 cotés) ont amenées les grecques à l'idée d'un cinquième "élément" l'éther.

C'est cette idée platonicienne d'un monde réglé par la géométrie que l'observation des nombres quantiques imposait au physicien du XX siècle.

Classer des formes suivant leurs propriétés voilà ce que sait faire la géométrie. Les symétries permettent d'identifier les nombres de figures possibles équivalentes. Pour donner du sens au nombre, pour ordonner les observations, la géométrie est précieuse. D'autant plus que les ondes de la nouvelle physique quantique prennent formes dans l'espace et sont donc sensibles aux symétries de celui-ci.

### **Harmonies des Harmoniques La quantification des formes**

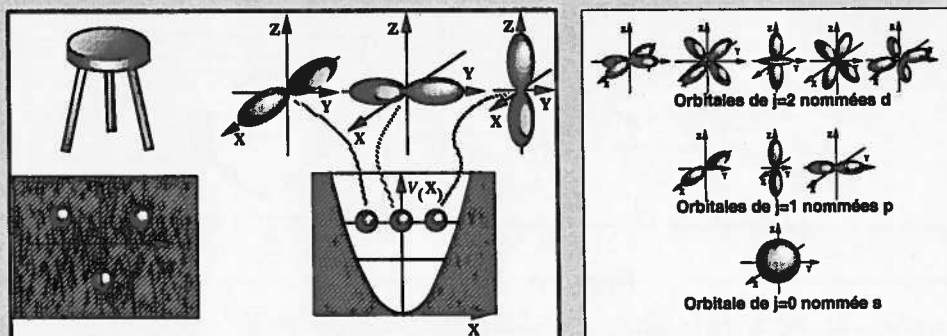
Faisons résonner une cavité de géométrie particulière : corde, tambour, caisse de résonances ... Si la cavité a une symétrie définie les ondes qui s'y établissent, ont des formes très précises. Ainsi la corde d'un violon montre des ventres et des noeuds répartis de façon régulière. Le mode le plus simple qui vibre à la fréquence la plus basse ne possède qu'un ventre alors que les modes de fréquence plus élevée présentent de plus en plus de noeuds. Les formes des vibrations sont donc quantifiées en lien direct avec la fréquence de vibration.



**La Géométrie des nombres magiques**

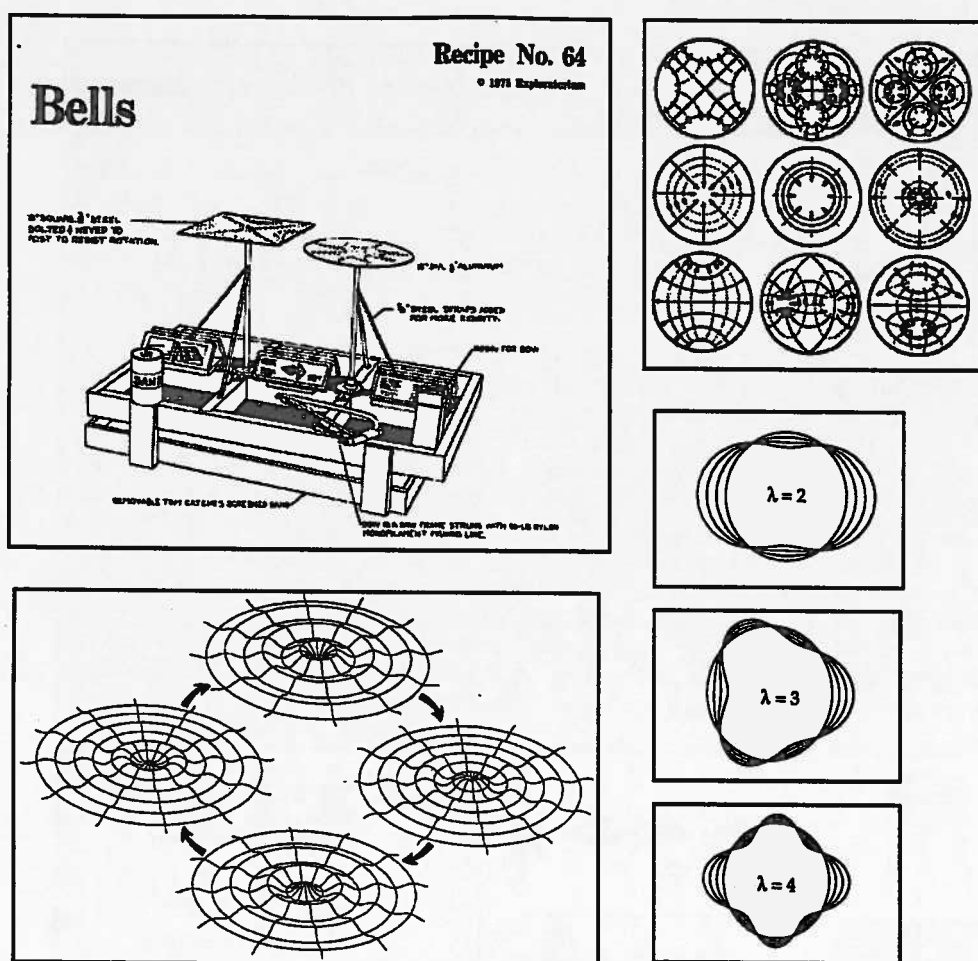
Dans la vie on remarque souvent des nombres qui jouent des rôles particuliers. On sait tous qu'un tabouret à trois pieds n'est jamais bancal, qu'une structure nid-d'abeille hexagonale est d'une solidité étonnante, qu'un ballon de football est formé de 12 pentagones et 20 hexagones (cousus ensemble bien sûr!)

En physique ce n'est pas vraiment différent: certains nombres, appelés souvent nombres magiques, procurent une grande stabilité aux systèmes considérés. La preuve? On a découvert récemment des molécules en forme de ballon de football (qui a dit de tabouret?). En particulier, on sait depuis longtemps qu'il suffit de changer le numéro atomique d'une unité (i.e. un petit électron et un petit proton en plus ou en moins) pour passer d'un gaz rare inerte à un élément fortement réactif. C'est la mécanique quantique qui nous a fourni la clef du mystère des nombres magiques de l'atome. Les électrons sont rangés sur des couches successives. Ces couches pouvant accueillir un nombre maximum d'électrons, l'atome acquiert une grande stabilité chaque fois qu'une couche est pleine. Il en va de même pour les protons et les neutrons dans les noyaux pour lesquels les nombres magiques (sphériques) 2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126 correspondent à des remplissages de couches majeures.



Le rapport entre les trois pieds des tabourets et les nombres magiques des noyaux et des atomes? Ces nombres sont avant tout déterminés par des propriétés géométriques de notre espace. Il faut trois pieds à un tabouret car il faut trois points pour définir un plan et la deuxième couche (1p) des noyaux et des atomes contient au maximum trois particules identiques car il n'y a que trois vecteurs indépendants dans notre espace (voir figures).

De la même manière toutes les orbitales de spin différent ont des formes très spécifiques dictées par la géométrie. (Voir figure ci-dessus).



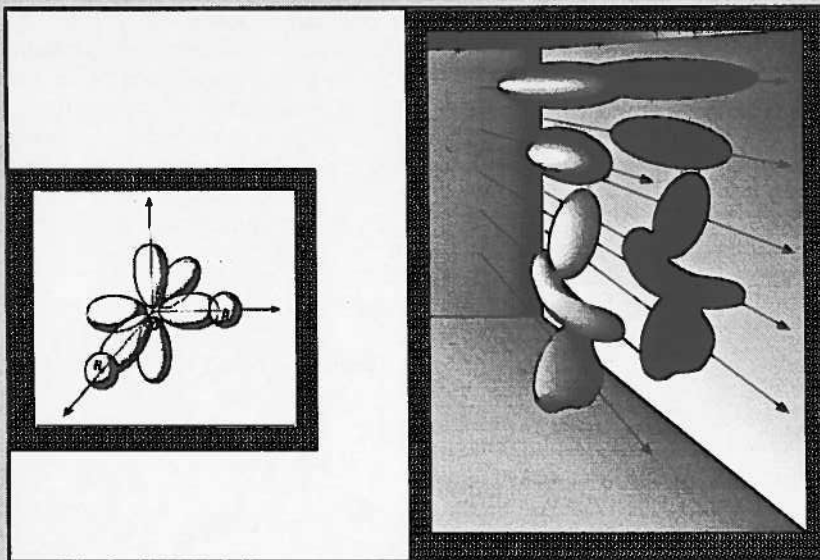
**Figure 10 :**  
 les modes de vibrations des cordes, disques, sphères ou cavités diverses ont des formes très spécifiques souvent beaucoup plus complexes que l'objet qui vibre (la cavité). A l'exploratorium de San Francisco on peut jouer à mettre en évidence les vibrations de disques ou de carrés en les saupoudrant de sable. Le sable est chassé des ventres et se concentre sur les noeuds. Diverses figures de vibrations d'un disque sont montrés sur la figure de droite. En bas à gauche est illustrée une des vibrations les plus simples. En bas à droite sont montrées les déformations d'une goutte sphérique telle le soleil ou un noyau.

*Sphéricité et déformation  
L'émergence d'un ordre quantique*

**A quoi ressemblent les noyaux? Quelle est leur forme ?**

*La nature n'ayant pas de direction privilégiée on pouvait penser que ces infimes gouttes de matière que sont les noyaux étaient sphériques. Pourtant il n'en est ainsi que pour quelques noyaux tels le plomb 208 ou le Calcium 40.*

*En effet, la plupart des noyaux sont déformés et peuvent prendre des formes de ballon de rugby, de soucoupe, d'amande, de poire ou même de cacahuète. Les physiciens ont déjà observé des formes très allongées : des noyaux deux fois plus longs que larges : c'est la super-déformation. (Voir figure de droite ci-dessous).*

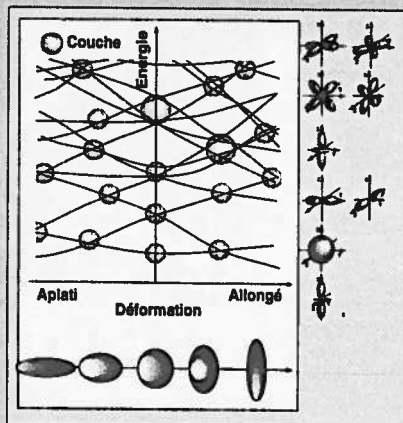


*La nature nous a déjà habitués à des objets qui ont une forme même si a priori il n'y a pas de directions privilégiées (invariance par rotation spontanément brisée). C'est le cas déjà au niveau de l'atome et des molécules (voir la molécule d' $H_2O$  (eau) sur la figure de gauche). Pensons par exemple à la célèbre forme de l'ADN où nos gènes sont codés ! La forme des molécules est intimement liée à la mécanique quantique qui impose des formes au nuage électronique. Il en est de même du noyau pour lequel la mécanique quantique définit le nuage nucléonique . Toutefois nous allons voir que les deux cas sont un peu différents car dans le cas des atomes les noyaux et leur très fort champ électrique attractif joue un rôle essentiel pour la structuration du nuage des électrons, dans le cas des nucléons ils doivent eux-mêmes créer le potentiel attractif qui les confine dans le noyau. Le noyau est un système complexe auto-organisé.*

**Brisure spontanée de symétrie : Les systèmes quantiques auto-organisés**

La mécanique quantique modifie les conditions de stabilité des noyaux et impose certaines formes. En effet, nous avons vu qu'à chaque niveau d'énergie, à chaque couche, correspondaient plusieurs orientations d'une même forme. Quand une couche est complètement occupée, le nuage de nucléons associé est sphérique, car toutes les orientations possibles y sont représentées. En revanche, si seulement quelques orbitales (les ondes des nucléons) sont occupées comme celles-ci ont des formes particulières, elles peuvent imposer une déformation au noyau.

Alors que les électrons s'ordonnent dans le potentiel électrostatique de l'atome, potentiel qui joue donc le rôle de la cavité pour les ondes quantiques des électrons, dans le noyau ce sont les nucléons eux-mêmes qui créent la cavité dans laquelle ils se rangent. En effet seule la force nucléaire entre nucléons maintient ces derniers dans le noyau. Ainsi, le noyau est un système auto-organisé. Si une couche n'est pas pleine, les orbitales occupées qui ont une forme, vont déformer la cavité (le potentiel nucléaire), elles vont l'entraîner dans leur direction. Tous les autres nucléons à l'intérieur du noyau vont subir cette déformation, leurs ondes vont alors réagir à cette modification en changeant de forme. Cette réaction peut alors amplifier le phénomène jusqu'à ce que le noyau retrouve un certain équilibre. Le noyau sera alors spontanément déformé. On peut même observer de nouveaux nombres magiques quand les orbitales occupées stabilisent fortement une déformation du noyau.

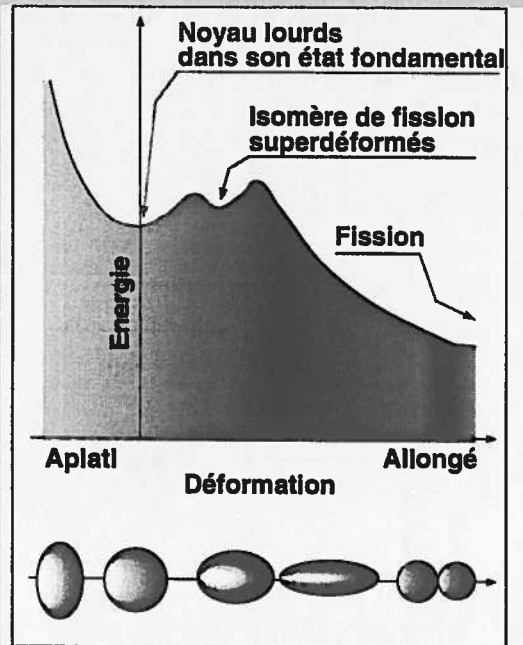


Cette figure illustre (de façon schématique) l'influence de la déformation du noyau sur les niveaux d'énergie des nucléons : suivant les caractéristiques de formes de chaque orbite la déformation augmente ou diminue son énergie. On peut donc voir apparaître des regroupements de niveaux appelés couches. Chaque fois qu'une couche est remplie il faut mettre la particule suivante sur la couche au-dessus. Cette particule, isolée sur un niveau moins liée au noyau, le fragilise. En conséquence, les noyaux à couche pleine sont plus stables que leurs voisins. Nous voyons ici qu'il peut y avoir des couches quand le noyau est déformé ces couches stabilisent donc la déformation des noyaux.

*Des noyaux superdéformés*

**Déformés jusqu'à la rupture :  
la fission une brisure spontanée**

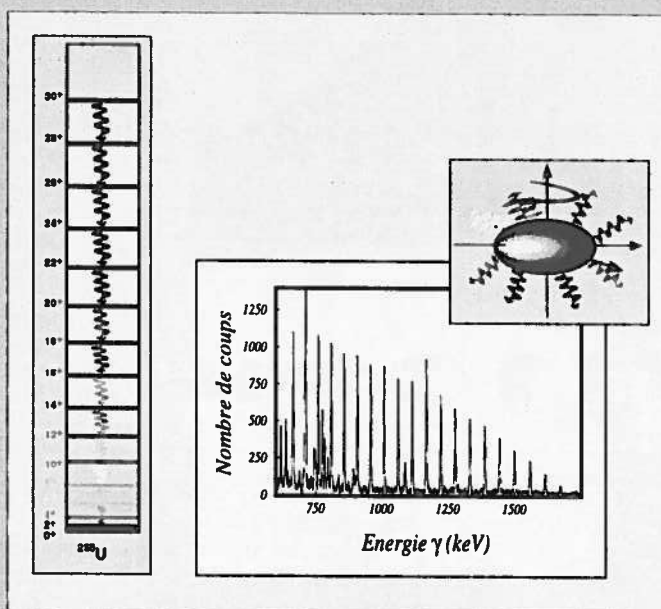
*La brisure spontanée de la symétrie sphérique va être favorisée par un nombre important de protons, car les protons étant chargés positivement ils se repoussent. Pour les gros noyaux, cette tendance vers l'auto-déformation des systèmes complexes peut même les conduire vers la rupture, la brisure physique du noyau : c'est la fission.*



*La figure ci-dessus illustre le phénomène de fission en montrant l'énergie totale d'un système lourd suivant sa déformation. A cause de la forte répulsion des charges positives des protons le système veut se partager en deux. Toutefois quand le système est très compact la force forte peut contrebalancer la répulsion mutuelle des protons et stabiliser le noyau (petit minimum à déformation nulle). Pour comprendre le comportement du système il faut imaginer le diagramme ci-dessus comme la coupe d'une montagne sur laquelle le système se déplacerait.*

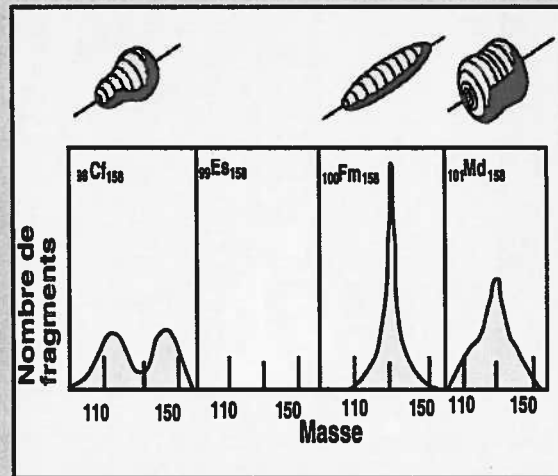
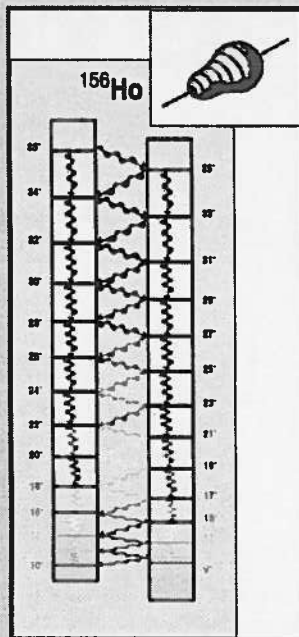
**Des toupies super déformées :  
Un ordre quantique au milieu du chaos**

La mise en rotation des noyaux à grande vitesse peut aussi favoriser, provoquer ou stabiliser une déformation sous l'action des forces centrifuges. Ainsi des déformations considérables ont pu être identifiées : les super-déformations. Expérimentalement, ces noyaux super-déformés sont mis en évidence par l'observation d'étonnantes régularités dans les spectres des rayonnements électromagnétiques, les rayons  $\gamma$  (rayonnements apparentés à la lumière mais de beaucoup plus grande énergie), émis par des noyaux très excités. Cet ordre spectaculaire dans des systèmes que l'on attendrait complètement désordonnés vu leur état d'excitation est un autre exemple de ces jeux de nombres auxquels la mécanique quantique se livre : ce sont les bandes rotationnelles. Ils nous imposent leur langage, leur logique et leur symétrie. Encore, nous faut-il savoir décrypter leur message. Dans le cas des noyaux super-déformés, ils nous démontrent l'existence de véritables toupies quantiques.



Cette figure montre les étonnantes régularités observées dans ce monde de Quanta, i.e. de niveaux d'énergie et de transitions entre niveaux par émission de photons de haute énergie. A droite la distribution de ces photons (cf. décomposition spectrale de la lumière) montrant des émissions dont les énergies sont très régulièrement espacées (voir schéma de niveaux à gauche). Ces rayonnements électromagnétiques caractérisent le fait que le noyau est très déformé, deux fois plus long que large, et qu'il tourne à très grande vitesse suivant un axe qui n'est pas son axe de symétrie. C'est la superdéformation.

*Des "poires" atomiques.*

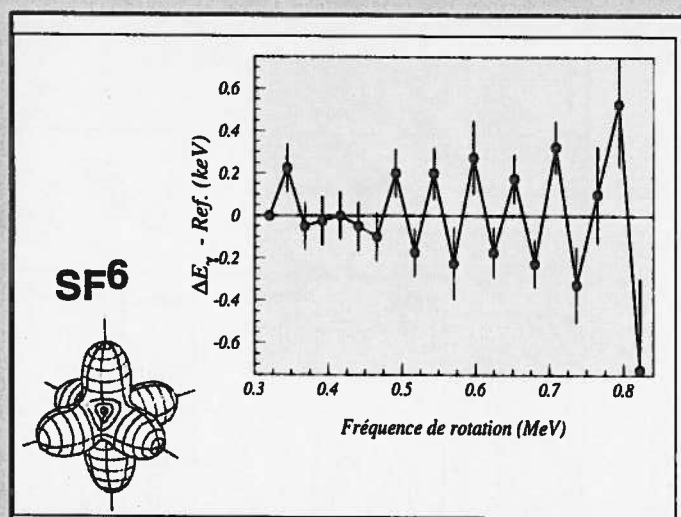


Nous venons de voir que, dans de nombreux cas, les déformations extrêmes menaient à la fission du noyau atomique ; à sa brisure en deux fragments. Toutefois, tout en s'allongeant le noyau peut prendre une forme différente d'une ellipsoïde, il peut en particulier préférer énergétiquement une déformation en forme de poire (forme octupolaire). Cette asymétrie droite-gauche modifie considérablement le processus de fission : alors qu'une elongation symétrique (quadrupolaire) aboutit à une fission en deux fragments de masses très voisines (fission symétrique), une déformation en forme de poire induit une forte asymétrie dans la masses des fragments de fission. La figure à droite montre les distributions des masses de fragments de fission pour différents noyaux lourds. Cette distribution présente un ou deux pics suivant que la fission est symétrique ou asymétrique. Une fission asymétrique tend à prouver que le noyau se déformant privilégie une forme en poire.

**Noyaux asymétriques et poires tournantes**

Dès qu'une symétrie est brisée, le comportement du noyau s'en ressent. Si par exemple, on brise la symétrie « droite-gauche », Cela autorise a avoir des bandes de niveaux d'énergie de spin pair ou impair. Alors que pour un noyau tournant symétrique « droite-gauche » on ne peut observer que des transitions où le spin varie de deux ( $\hbar$ ) en deux, pour un noyau asymétrique les transitions peuvent aussi faire intervenir un seul quantum de moment angulaire,  $\Delta j = 1$ . C'est exactement ce qui a été observé. Les physiciens sont donc conduit à conclure à l'existence de noyaux en forme de poire par exemple. Il s'agit, pour être plus scientifique, d'une déformation octupolaire comme cela est illustré figure de droite.

## Nouvelles régularités et nouvelles symétries



Récemment, des mesures extrêmement précises des rayonnements émis par un noyau tournant ont permis de révéler un comportement inattendu. En comparant en fonction du spin ou de façon équivalente de la fréquence de rotation l'écart qui existe entre les énergies mesurées et un comportement moyen de référence on constate une oscillation régulière dont la périodicité est  $\Delta j = 4$  (voir figure). L'origine de cet effet est un problème ouvert.

Une des pistes les plus sérieuses est la encore, celle d'une symétrie ! En effet, nous avons dit que les bandes rotationnelles étaient caractérisées par l'existence d'une invariance par rotation de  $180^\circ$  autour d'un petit axe de l'ellipsoïde; cela implique que l'on n'observe que des spins  $j$  multiple de 2. Par analogie, la périodicité  $\Delta j = 4$  suggère une invariance par rotation de  $90^\circ$ . Les exemples d'une telle symétrie existent en chimie comme dans le cas de la molécule de SF<sub>6</sub> (montrée en insert).

Les vibrations de la peau d'un tambour ou les ondes à la surface d'un étang présentent aussi des formes caractéristiques que la géométrie impose. Chaque forme correspond à une fréquence de vibration spécifique. D'ailleurs, il n'est pas rare de voir un percussionniste effleurer du doigt ou du coude la peau de son tambour en un point judicieusement choisi pour imposer la position d'un noeud et ainsi accorder les vibrations de son



instrument sur la note voulue. Il en va d'une cavité résonnante sphérique comme de notre bon vieux soleil qui vibre suivant des déformations précises en ballon de rugby, en poire, en carré et même en étoile à cinq branches un comble pour un soleil...

### **Une richesse de formes**

Dans une cavité seules des ondes de formes particulières peuvent entrer en résonance. Les formes sont quantifiées.

Lorsque l'on observe les formes des résonances<sup>viii</sup> même dans une cavité parfaitement symétrique, par exemple sphérique, il apparaît immédiatement que leurs géométries, bien que régulières, sont beaucoup plus complexes que celle de la cavité.

L'exemple le plus simple est de nouveau la corde de violon qui, bien qu'attachée de façon symétrique, peut présenter des ventres oscillants de façon dissymétrique (en opposition de phase entre la droite et la gauche. Par contre si l'on échange la droite et la gauche l'onde obtenue est aussi un mode de vibration. Ce qu'impose la symétrie du problème n'est donc pas la symétrie de chaque solution mais le fait qu'à tout mode de vibration il est possible d'associer son symétrique. Il en est de même pour les vibrations d'une surface circulaire dont les ondes ne sont pas toutes à symétrie de révolution mais prennent des formes régulières. C'est ainsi que nous pouvons comprendre la forme des atomes, des molécules et des noyaux alors qu'a priori notre espace ne possède pas de directions privilégiées.

### **Le spin La quantification des orientations**

Prenons par exemple un système isolé, tel l'atome d'hydrogène, qui n'a pas de direction privilégiée On le dit alors

invariant par rotation<sup>23</sup>. Considérons alors une onde associée à un niveau d'énergie particulier. Cette vibration a une forme caractéristique. Si cette forme n'est pas sphérique quand nous la regardons sous un autre angle, elle nous paraît différente. Son orientation a changé. Toutefois, il n'y a aucune raison que l'énergie du système soit différente puisque seul l'observateur a changé son point de vue. Le niveau d'énergie considéré doit donc être associé au moins à deux orientations différentes. En répétant cette opération on peut connaître le nombre  $n$  d'ondes indépendantes<sup>24</sup> que l'on peut associer à un niveau. Ce nombre  $n$  d'ondes indépendantes, ou plutôt le nombre  $j=(n-1)/2$ , qui lui est équivalent, s'appelle le spin. Le spin décrit comment change un objet quand l'observateur change de point de vue<sup>25</sup>, il décrit donc sa forme. Pour un spin  $j$ , cette forme possède  $2j+1$  orientations indépendantes.

Si la forme de l'onde est parfaitement sphérique, elle reste inchangée quand on tourne les axes de notre espace (ou le point de vue de l'observateur). Elle ne peut pas être orientée, l'onde est invariante par rotation. Elle est donc unique ( $n=1$ ). On la dit de spin nul ( $j=(n-1)/2=0$ ). Par ailleurs, notre espace possède seulement trois directions indépendantes (suivant les trois axes appelés usuellement  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) que l'on peut transformer l'une dans l'autre en changeant notre angle de vue. Une forme associée à une seule direction peut donc être orientée de trois façons indépendantes ( $n=3$ ). On la dit de spin 1. Si la forme considérée possède deux directions privilégiées on peut alors démontrer ou observer qu'en changeant de point de vue cinq

<sup>23</sup> Pour éviter la confusion avec l'idée de faire tourner comme une toupie l'objet considéré il est préférable d'imaginer que l'observateur change son angle de vue plutôt que de penser faire tourner l'objet.

<sup>24</sup> La somme de deux modes de vibrations est aussi un mode de vibration, en tournant de toutes les manières possibles une onde on peut générer un très grand nombre (en fait une infinité) d'ondes. Il est généralement possible de les recréer toutes par simple combinaison (linéaire) d'un petit nombre d'entre elles. L'ensemble le plus petit qui permet de les recréer toutes, est formé de  $n$  fonctions d'onde. Elles sont dites (linéairement) indépendantes.

<sup>25</sup> Cette définition est générale. Elle ne fait nullement appel à l'idée de toupie comme nous le verrons plus tard.

orientations indépendantes sont possibles. C'est le spin 2. Et ainsi de suite ...

### **Symétries**

### **Des nombres quantiques hors du temps**

Les formes<sup>26</sup> apparaissent donc quantifiées et peuvent être ordonnées suivant le nombre d'orientations indépendantes qui leur sont associées. Ainsi, les symétries expliquent et permettent de classer<sup>27</sup>, dans le cas considéré suivant la forme et son orientation.

Si notre espace ne possède pas de directions privilégiées, toutes les orientations ont par symétrie la même énergie. Si ce qui fait évoluer le système possède la même symétrie que celui-ci (ici l'invariance par rotation) le système ne rencontre aucune raison de changer de forme ou d'orientation. Les nombres quantiques qui les décrivent, sont donc immuables, éternels. Ils sont comme suspendu hors du temps ...

### **Briser une symétrie pour mieux l'observer**

### **L'anomalie du spin 1/2**

Pour compter le nombre d'orientations indépendantes et ainsi en déduire des caractéristiques générales des formes étudiées il suffit de privilégier une direction de l'espace, de briser la symétrie. Un simple champ magnétique suffit pour cela. Suivant que l'onde de l'électron est plus ou moins bien alignée le long du champ magnétique, son énergie est plus ou moins forte. Chaque orientation acquiert ainsi une énergie différente qui permet de l'observer. C'est l'effet Zeeman. On

---

<sup>26</sup> Ici forme doit être compris au sens large de comment un objet change quand on change l'angle sous lequel on le regarde.

<sup>27</sup> L'ami de Schrödinger le mathématicien H. Weyl l'exprimait ainsi "*Tous les nombres quantiques à l'exception du nombre quantique principal sont des indices caractérisant des représentations de groupe de symétrie*"

peut ainsi compter le nombre d'orientations possibles d'une onde et donc d'en déduire la forme.

Nous avons vu plus haut que l'on pouvait identifier différentes formes caractérisées par le nombre de leurs orientations possibles. Les formes sphériques sont identiques quel que soit l'angle sous lequel on les regarde; elle n'ont que 1 état d'orientation; c'est le spin 0. Les formes possédant une seule direction privilégiée peuvent être orientées de 3 façons différentes (spin 1). Les formes présentant deux directions privilégiées peuvent être orientées de 5 façons différentes (spin 2), et ainsi de suite ... Il est ainsi possible de montrer que les vibrations d'une cavité à symétrie sphérique possèdent un nombre  $n$  impair d'orientations indépendantes. Suivant la règle  $j=(n-1)/2$ , elles sont donc associées à des spins entiers. Dans un champ magnétique on s'attend à observer un nombre impair d'états d'énergie ... Pourtant, en appliquant un champ magnétique à un atome d'hydrogène, on observe un nombre pair de niveaux. C'est l'effet Zeeman anormal.

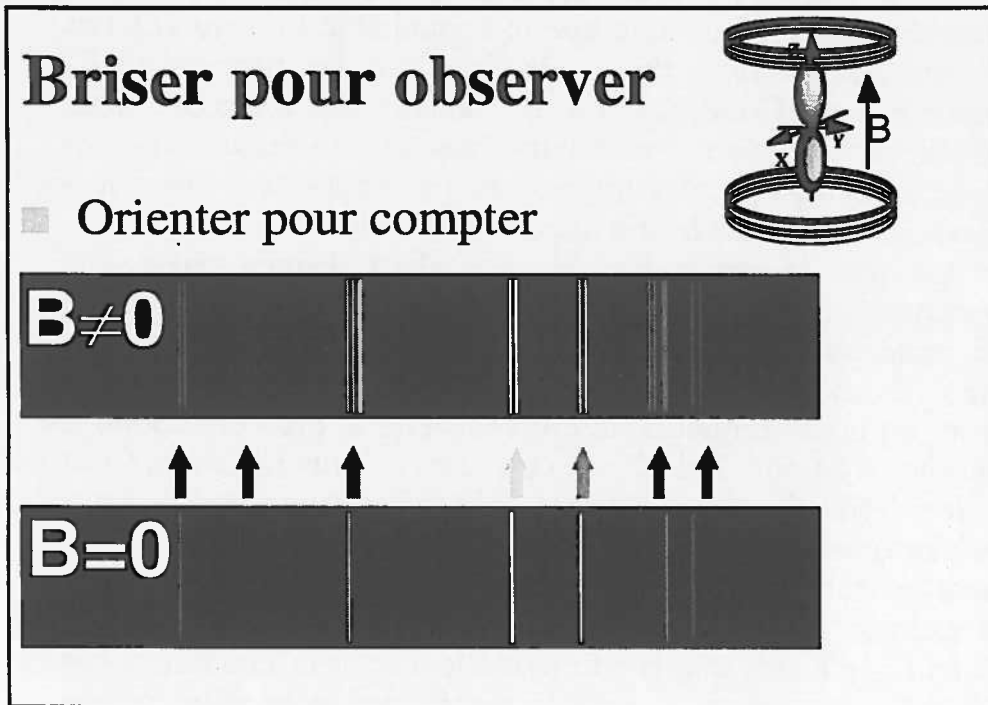
Cette observation va obliger les physiciens à admettre que certaines particules comme l'électron possèdent des directions privilégiées pouvant être orientées dans un nombre pair d'états indépendants. C'est la découverte des spins demi-entiers.

### Le spectre de l'atome d'hydrogène *Toupies or not Toupies*<sup>28</sup>

Cette histoire de la publication par deux jeunes physiciens insouciant<sup>ix</sup>, C. Uhlenbeck et S. Goudsmit, de l'idée que pour comprendre les propriétés atomiques dans un champ magnétique il fallait recourir à l'existence d'une rotation interne (le spin 1/2) de l'électron a aujourd'hui presque pris la dimension d'une légende. En effet l'histoire raconte que cette publication a été possible grâce à l'ouverture d'esprit de Heisenberg alors que le

<sup>28</sup> Comme on aimait probablement le déclamer à l'école de Copenhague après avoir vu le Spectre de l'atome d'hydrogène sur les remparts...

malheureux de Kroning bien qu'ayant découvert le spin 1/2 le premier, ne publia pas car il était trop "soumis à l'autorité de Pauli à qui cette idée ne plaisait pas".



**Figure 11 :**

*Observation de l'effet Zeeman, l'influence d'un champ magnétique sur les niveaux d'énergie de l'atome et en conséquence sur les rayons émis. Quand  $B$  est nul il n'y a pas de direction privilégiées et les différentes orientation des états quantiques ont une énergie identique. Quand  $B$  est différent de 0 une direction est privilégiée et l'énergie de chaque état dépend de son orientation par rapport au champ magnétique. La symétrie est brisée.*

D'ailleurs, C. Uhlenbeck et S. Goudsmit après en avoir discuté avec Pauli voulurent retirer leur papier... mais il était trop tard pour faire marche arrière car la revue était déjà sous

presse! Ils auraient donc inventé le spin 1/2 envers et contre l'ordre établi par trop conformiste représenté par un Pauli par trop autoritaire ... Mais en est-il vraiment ainsi?

En ouvrant n'importe quel livre de physique on peut être surpris de se rendre compte que le formalisme du spin 1/2 fait intervenir les matrices de ... Pauli et pas les toupies de C. Uhlenbeck et S. Goudsmit! Le dictionnaire des sciences<sup>29</sup> nous dit d'ailleurs qu'il ne vaut mieux "*pas se représenter le spin comme de petites toupies tournoyant frénétiquement sur elles-mêmes, car cela conduirait à des contradictions*".

Ce que la petite histoire des deux jeunes physiciens insoucians oublie de raconter c'est que Pauli avait raison. En 1925 pour numérotter les niveaux qui apparaissent quand on plonge l'atome dans un champ magnétique, Pauli invente le premier un nombre quantique qui vaut  $\pm 1/2$  et qui correspond à notre spin d'aujourd'hui<sup>x</sup>. Pauli écrit alors "*dans ces doublets et dans leur effet Zeeman anormal se manifeste une ambivalence (Zweideutigkeit) non descriptible classiquement ...*" Comme il le déclare probablement à tous ces jeunes théoriciens qui veulent faire tourner l'électron sur lui-même, il est impossible que ce *Zweideutigkeit* soit une rotation réelle car cela conduit à des incohérences comme par exemple le fait que l'éventuelle surface de ces toupies miniatures devrait dépasser la vitesse de la lumière<sup>30</sup>... Cherchant une solution au problème c'est donc Pauli, en 1927, qui parviendra à proposer la première théorie cohérente de cette *Zweideutigkeit*<sup>31</sup> : la première théorie du spin

...

---

<sup>29</sup> Dictionnaire des sciences page 918.

<sup>30</sup> Bien d'autres problèmes et incohérences arrivent quand on tente d'interpréter le spin en terme de mouvement de rotation ou de toupie, discontinuité après un tour complet, bande de rotation pour les toupies quantiques mais cela dépasse largement le cadre de cet exposé... Nous renvoyons le lecteur intéressé aux livres sur la mécanique quantique et la théorie des groupes cités.

<sup>31</sup> Si Pauli avait eu un conseiller en communication, ou si l'allemand était une langue plus facile, on peut s'amuser à imaginer une histoire différente pour le combat du *Zweideutigkeit* contre le spin ...

## Orientation intrinsèque le spin 1/2

L'idée peut paraître simple<sup>32</sup>, nous avons vu que le spin décrit comment change un objet quand l'observateur change de point de vue. Pour un objet de spin  $j$  en changeant de point de vue on peut définir  $n=2j+1$  "orientations" indépendantes. Nous avons vu qu'il est assez intuitif d'imaginer des objets de spin entier: Un objet parfaitement sphérique est de spin nul car il présente le même aspect sous tous les angles; un objet avec une direction privilégiée peut être orienté de 3 façons indépendantes (comme un vecteur) il est donc de spin 1.

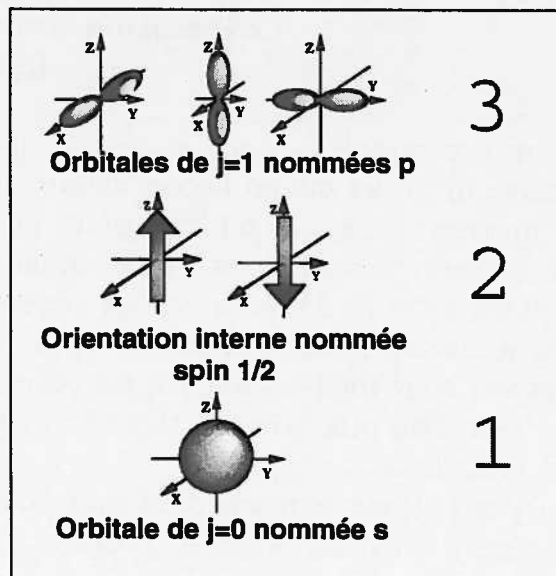
Entre 1 et 3 il y a 2! Pour expliquer les paires d'états dans les champs magnétiques il suffisait donc de postuler l'existence d'objet pouvant être orientés de seulement deux façons différentes. Ainsi l'électron a-t-il une "forme" cachée, une orientation intrinsèque : le spin 1/2. Dans ces conditions nul n'est besoin de recourir à la théorie (ou l'analogie) de la toupie. Il suffit de poser la question "l'électron change-t-il d'aspect (ou de propriétés) quand on change notre angle d'observation (la direction des axes avec lesquels nous le repérons dans l'espace)."<sup>33</sup> Si la réponse est oui il possède un spin non nul et voilà tout<sup>34</sup>.

---

<sup>32</sup> Mais en fait la théorie est plus subtile qu'il n'y paraît, mais là aussi c'est une autre histoire ...

<sup>33</sup> Bien sûr d'un point de vue théorique les spins demi-entiers ont des propriétés particulières ... Mais c'est une autre histoire ...

<sup>34</sup> Certes une toupie ou un gyroscope ont un spin car ils changent bien d'aspect quand l'observateur change de point de vue mais nul n'est besoin d'une rotation interne pour posséder un spin : une règle ou une boussole ont essentiellement une direction privilégiée (spin 1), un ballon de rugby ou un oeuf en ont deux car ils sont allongés vers les pôles et aplatis vers l'équateur, déformation quadrupolaire typique qui est essentiellement de spin deux.), ...



**Figure 12 :**

*Les nombres d'orientations possibles pour les systèmes quantiques sont quantifiés (sic). Entre une seule orientation pour la sphère parfaite et 3 orientation pour un vecteur ou un système à deux pôles il y a un système à deux orientation le spin 1/2.*

Ainsi c'est bien cette observation d'états doubles qu'un champ magnétique permet de distinguer, cette gémellité originelle qu'une orientation privilégiée de l'espace suffit à briser<sup>35</sup>, qui démontra aux physiciens une propriété interne de l'électron : l'existence d'une orientation intrinsèque, le spin 1/2.

Les physiciens venaient d'utiliser la ressemblance, la gémellité, des niveaux observés pour déduire des symétries cachées et découvrir des propriétés cachées des particules ... La longue série des découvertes ne faisait que commencer ...

<sup>35</sup> L'électron qui porte un moment magnétique se comporte dans un champ magnétique comme une boussole.



## Neutron et Proton Une gémellité particulièrement forte

En 1911, Ernest Rutherford découvre que la matière est concentrée au coeur de l'atome : le noyau. Très vite il démontre que le noyau contient des protons, les noyaux des atomes d'hydrogène, et commence à y rechercher des particules neutres qu'il imagine alors comme un état fortement lié entre un proton et un électron, les deux particules élémentaires connues à l'époque. Il faudra toutefois attendre 1932 pour que dans son laboratoire, le Cavendish, son ancien étudiant James Chadwick, en démontre l'existence en suivant les travaux de Bothe et Becker et des Joliot-Curie. Ainsi le noyau est un assemblage de protons et de neutrons<sup>36</sup>. Pour comprendre l'existence du noyau il a fallu concevoir une nouvelle force qui colle fortement les protons et neutrons entre eux: l'interaction forte<sup>36</sup>.

Ce qui frappe immédiatement Heisenberg dès la découverte du neutron en 1932 c'est sa très forte ressemblance avec le proton : leurs masses et leurs rôles dans les noyaux semblent similaires. Cette ressemblance, cette symétrie le pousse à les considérer comme deux particules jumelles<sup>37</sup> d'une même famille : le nucléon. Une nouvelle "*Zweideutigkeit*", une nouvelle *ambivalence* apparaissait donc en physique nucléaire. Cette gémellité rappelle spin 1/2 et l'on peut par analogie dire que le proton porte le nombre +1/2 alors que le neutron est associé au nombre -1/2. Comme ce nombre quantique permet de nommer les nucléons et ainsi de différencier les divers isotopes il fut bientôt appelé spin-isotopique puis simplement isospin.

---

<sup>36</sup> Il peut être étonnant de constater que - même si nous pensons posséder aujourd'hui une théorie, *La chromodynamique quantique*, capable de décrire cette interaction en s'appuyant sur les constituants des nucléons, les quarks, et sur les messagers de cette force, les gluons - le simple problème de l'existence et du comportement des nucléons dans les noyaux est loin d'être résolu: la structure complexe et en particulier le confinement des quarks et des gluons dans les particules en interaction fortes (hadrons) ne sont pas encore compris tout comme la force qui lie les nucléons dans les noyaux.

<sup>37</sup> Quoiqu'il ne soit pas clair dans les travaux d'Heisenberg s'il a abandonné l'idée d'électrons dans le noyau

## L'isospin : Symétries internes Symétries nouvelles

Tous ces jeux de nombres, ces manières mathématiques de nommer, peuvent sembler très formels et même peut-être vains; pourtant le pas conceptuel est énorme et il porte en lui les germes d'une nouvelle façon de voir le monde.

Le spin avait été, nous l'avons vu, la première propriété, le premier nombre quantique, intrinsèque des particules élémentaires. Il ne décrit que leur comportement quand l'observateur change d'angle de vue (tourne le référentiel qu'il utilise pour repérer les particules). Donc quoique révolutionnaire, l'idée que les particules élémentaires possèdent une orientation interne ne modifie pas notre conception de l'espace. On peut ainsi distinguer (mesurer) les particules orientées vers le haut de celles orientées vers le bas. On peut même dans des appareillages spécifiques comme des aimants de Stern et Gerlath<sup>38</sup> trier les particules dont le spin pointe dans une direction particulière.

Par contre l'isospin nouveau nombre quantique des nucléons ne décrit pas l'orientation des particules dans notre espace, il correspond à une propriété interne des particules que l'on ne peut représenter dans notre espace. Alors que le spin  $+1/2$  pointe effectivement vers le haut dans notre espace, dans quel espace l'isospin  $+1/2$  pointe-t-il vers le haut? Certainement pas dans notre espace habituel!

Si vous observez un spin haut trié par un aimant de Stern et Gerlath il vous suffit de faire *les pieds au mur* pour voir que, dans votre nouveau référentiel, il pointe maintenant vers le bas. Mais vous avez beau vous tourner dans tous les sens un proton que vous nommez isospin "haut" restera toujours proton avec son isospin vers le haut dans un espace qui n'est donc pas celui

---

<sup>38</sup> pour les particules possédant un moment magnétique, c'est-à-dire se comportant comme de microscopiques boussoles. Le spin est l'orientation de cette boussole élémentaire.

dans lequel nous évoluons. Il faut donc imaginer un espace nouveau : l'espace d'isospin ...

**L'isospin :  
une porte ouverte vers la cinquième dimension**

Là encore, sans plus d'évidences expérimentales que cet espace a un réel sens physique, on peut penser que ce ne sont là que purs jeux mathématiques sans rapport avec la réalité...

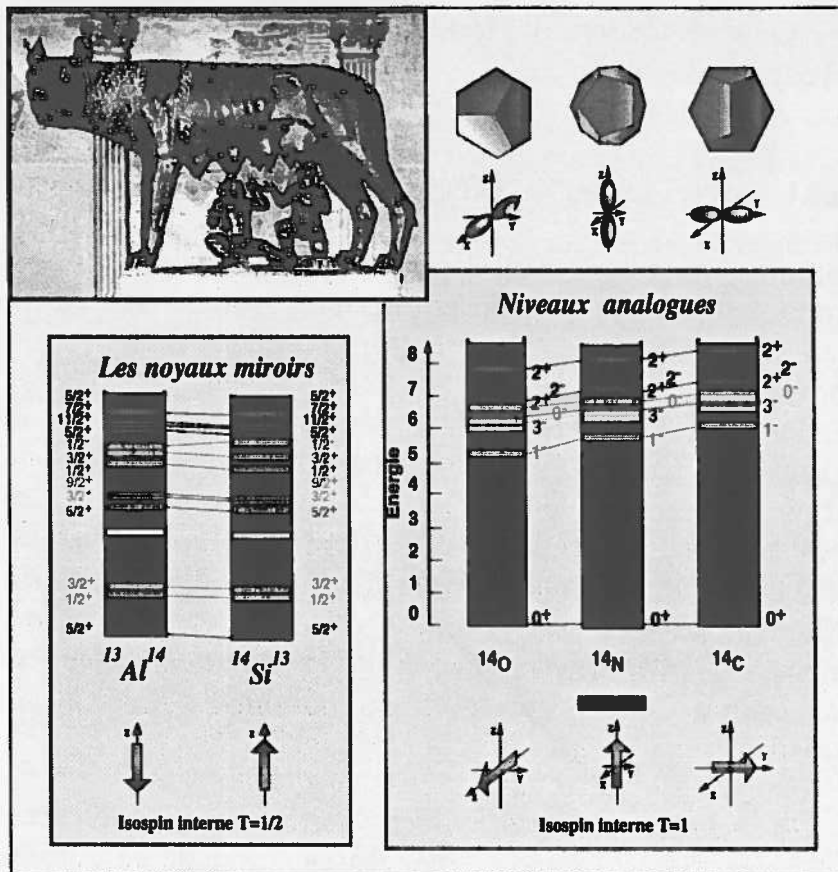
Et pourtant, ...

Dans les années qui suivirent la découverte du neutron et l'introduction par Heisenberg du concept que nous appelons aujourd'hui l'isospin, les observations expérimentales d'étonnantes similitudes, la découverte de surprenants jeux de nombres et la mise en évidence de certaines gémellités, ont peu à peu conduit les physiciens à admettre une symétrie nouvelle : des mélanges en proportions quelconques entre protons et neutrons<sup>39</sup> conduisent à des systèmes semblables. C'est la symétrie d'isospin.

Cette symétrie, cet ordre, cette similitude, que nous montrent les propriétés (niveaux d'énergies, taux de réactions, ...) des systèmes en interaction forte, va dès lors imposer l'espace, la géométrie qui lui est associée ...

---

<sup>39</sup> et même en général entre particules jumelles diffèrent seulement par leur isospin comme les pions



**Figure 13 :**

Les niveaux d'énergie dans plusieurs noyaux de même masse présentent d'étonnantes similitudes. Il est donc possible de les ranger dans des classes, les multiplets d'isospin. Tous les états d'un multiplet peuvent être vus comme autant "d'orientations" différentes d'un seul objet dans un espace abstrait. Cette idée est illustrée par des orbitales de spin 1, les trois orbitales p, qui sont rangées suivant les trois vecteurs de notre espace et par les trois projections régulières à deux dimensions d'un dodécaèdre. Les schémas de niveaux présentent les différents états analogues dans trois noyaux voisins. Ce sont des multiplets d'isospin 1 qui sont analogues à des vecteurs dans l'espace d'isospin (isovecteur). Comme pour le dodécaèdre ou l'orbitale p l'introduction d'une seule forme géométrique (le multiplet) dont on observerait différentes orientations (les états dans différents noyaux est une simplification conceptuelle importante. Justifie-t-elle l'existence réelle de nouvelles dimensions à notre espace. C'est là plus matière de métaphysique que de physique.

### La symétrie d'isospin Noyaux miroirs et multiplets d'isospin

Dans ses articles de 1932 Heisenberg n'imagine pas que ces deux particules jumelles, protons et neutrons, jouent vraiment le même rôle dans les noyaux pour ce qui est de l'interaction forte. Ce sont les premières expériences sur les forces entre nucléons, en 1936<sup>xii</sup>, qui apporteront les premières indications de l'existence d'une symétrie des interactions fortes entre nucléons. Les mesures des interactions proton-proton, neutron-neutron et neutron-proton montrent en effet qu'elles sont similaires<sup>40</sup>.

Mais les "évidences" les plus surprenantes de l'existence d'une réelle symétrie par rapport à des mélanges quelconques du caractère proton ou neutron des nucléons proviennent de l'étude des niveaux d'énergie des noyaux et de leurs propriétés. Nous voilà donc revenus aux nombres et aux implications géométriques de leurs relations. En effet, dans tous les noyaux de même masse, c'est-à-dire ayant le même nombre de nucléons, et qui ne diffèrent donc que par le nombre respectif de neutrons et de protons on observe d'étonnantes correspondances entre certains niveaux.

L'exemple le plus simple est donné par les noyaux dit noyaux-miroirs qui sont toutes les paires de noyaux dont le nombre de protons du premier est égal au nombre de neutrons du deuxième (et réciproquement). De façon systématique les noyaux miroirs possèdent des niveaux semblables tant pour leur énergie que pour leurs propriétés en général. Les protons et les neutrons jouent donc un rôle semblable dans les noyaux.

---

<sup>40</sup> une fois les différences dues aux interactions électromagnétiques soustraites.

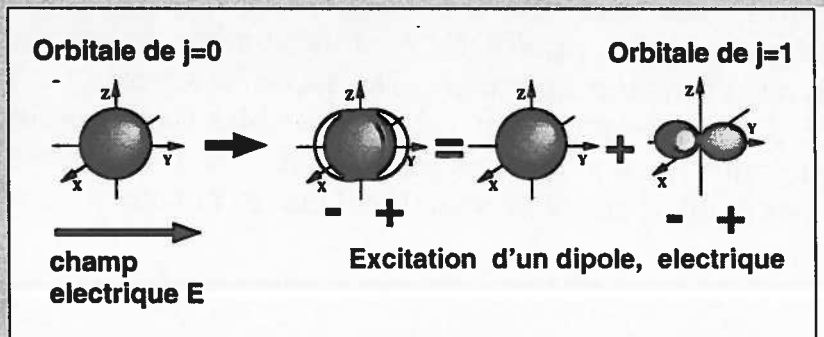
**Règles de géométrie, Règles d'algèbre, et Règles de sélection**

Le rôle des symétries ne se borne pas à ordonner les états d'énergies, à en définir les nombres quantiques ou à en définir les "formes". Non ! Le fait qu'elles inscrivent les ondes dans un espace, par là même leur impose les règles strictes de géométries. Le plus frappant est de considérer les transformations, que l'on peut faire subir aux ondes. Inscrites dans un espace, ces transformations peuvent être vues, peuvent être classées par leurs aspects géométriques. Elles transforment ainsi la géométrie des ondes de façon très spécifique. Elles induisent donc certaines transitions vers d'autres formes mais elles ne permettent pas d'accéder à toutes les formes possibles. Les règles de la géométrie sont donc des règles de sélections pour des transitions entre différents nombres quantiques.

Ainsi un champ extérieur qui n'a aucune direction privilégiée (un champ sphérique donc de spin nul) ne peut pas changer la forme des ondes (leur spin). Un champ sphérique ne peut donc pas induire des transitions entre des états de spin différents.

Par contre, un champ extérieur pointant dans une direction définie peut entraîner dans cette direction une orbitale. Si cette orbitale est, initialement sphérique le nouvel état du système aura donc une direction privilégiée (voir figure sur l'excitation dipolaire d'un noyau sphérique). Donc un champ de spin 1 peut induire une transition entre un état initial de spin 0 et un état final de spin 1.

La figure ci dessous présente l'excitation dipolaire d'un noyau sphérique par un champ électrique. Ce champ est un vecteur qui définit une direction privilégiée il pousse les protons chargés positivement (+ sur la figure) dans sa direction. Il entraîne donc une déformation du noyau avec une direction privilégiée i.e. une déformation de spin 1 appelée dipolaire (deux pôles opposés définissent une direction). C'est un exemple typique de règles géométriques sur les transitions induites par des champs extérieurs. Ces règles géométriques donnent lieu à des règles de sélection pour les transitions possibles (permises) ou interdites. Ici la règle de sélection dit qu'avec un champ vectoriel ( $j=1$ ) appliqué à un objet sphérique ( $j=0$ ) on ne peut exciter que des transitions vers des états dipolaires ( $j=1$ ).



*Symétrie brisée et Transitions interdites  
Symétrie et Transition permise*

*Si l'on reprend l'exemple de la symétrie d'isospin, on voit facilement qu'une réaction qui transforme uniquement un neutron en proton comme par exemple la radioactivité  $\beta$  (ou d'autres réactions provoquées par des particules) induit essentiellement des transitions entre deux membres d'un multiplet d'isospin, cette classe d'états qui ne diffèrent justement que par la transformation d'un neutron en proton. Cette transition entre deux états symétriques est une transition permise. Toute autre devrait être strictement interdite si la symétrie n'était pas un peu brisée.*

Mais cet ordre quantique ne s'arrête pas là; de très nombreux niveaux d'énergies se retrouvent dans les noyaux de même masse. Ainsi changer un ou plusieurs protons en neutrons préserve les propriétés des noyaux. Pouvoir ainsi regrouper en classes des centaines de niveaux dans des noyaux différents est vraiment remarquable. Ces classes que les physiciens nomment multiplets d'isospin sont comme différentes représentations d'une même réalité. Tout comme des formes géométriques peuvent être regroupées dans une classe si l'on peut les générer les unes à partir des autres en changeant leur orientation dans l'espace; les niveaux de différents noyaux de même masse peuvent être associés en multiplets. On passe d'un niveau à l'autre en changeant de noyau, i.e. en transformant des protons en neutrons ou vice versa, un peu comme si on changeait leur orientation dans un espace nouveau, l'espace d'isospin ...

Quel est cet espace, quelle est sa géométrie? Les similitudes, les récurrences, les périodicités observées dans les niveaux<sup>41</sup> des noyaux de même masse vont nous en donner la clef ...

---

<sup>41</sup> Les séquences, les ensembles, de niveaux sont appelés des spectres.

### La symétrie d'isospin : De nouvelles observables

Quand un ordre entre niveaux quantiques est patent, la symétrie observée définit d'elle-même l'espace qui lui est associé. Dans le cas que nous discutons nous considérons des similitudes entre niveaux dans des noyaux différant par la transformation d'un certain nombre de protons et neutrons ou l'inverse. Nous pouvons définir une première direction qui est celle de la différence entre le nombre de neutrons et le nombre de protons. C'est donc un premier axe le long duquel nous avons défini que le proton était le "*haut*" et le neutron le "*bas*". Pour passer d'un état dans un noyau donné à un autre état de la même classe (le même multiplet d'isospin) dans un noyau voisin il suffit de transformer un proton en neutron ou l'inverse. Ces deux transformations permettent de parcourir toute une classe d'états en "sautant" d'un noyau à l'autre<sup>42</sup>. Ces deux transformations définissent deux directions nouvelles.

La symétrie d'isospin est donc associée à un espace nouveau à trois dimensions. Une classe d'états identiques dans plusieurs noyaux voisins peut ainsi être vue comme une seule forme géométrique dans l'espace d'isospin. A l'instar des multiplets de spin que nous avons associés à une forme géométrique unique dont on change l'orientation pour engendrer les différents niveaux d'énergie, on peut imaginer des rotations dans l'espace d'isospin qui transforment protons en neutrons afin de parcourir tous les états possibles d'un multiplet d'isospin (d'un ensemble d'états identiques dans des noyaux voisins).

Les symétries observées sont des portes vers des espaces nouveaux ...

---

<sup>42</sup> elles permettent de définir deux observables puisque l'on peut expérimentalement induire grâce à des réactions nucléaires ou des désintégrations radioactives des transmutations d'un noyau en un autre.



## La symétrie bqpd

Pour illustrer ce lien intime entre les symétries et l'espace laissez-moi vous conter une petite histoire ...

Alors que je préparais cet exposé et qu'en bon chercheur monomaniacal je parlais de symétries et de mécanique quantique à la moindre occasion (et même probablement sans occasion du tout) une amie éducatrice me dit :

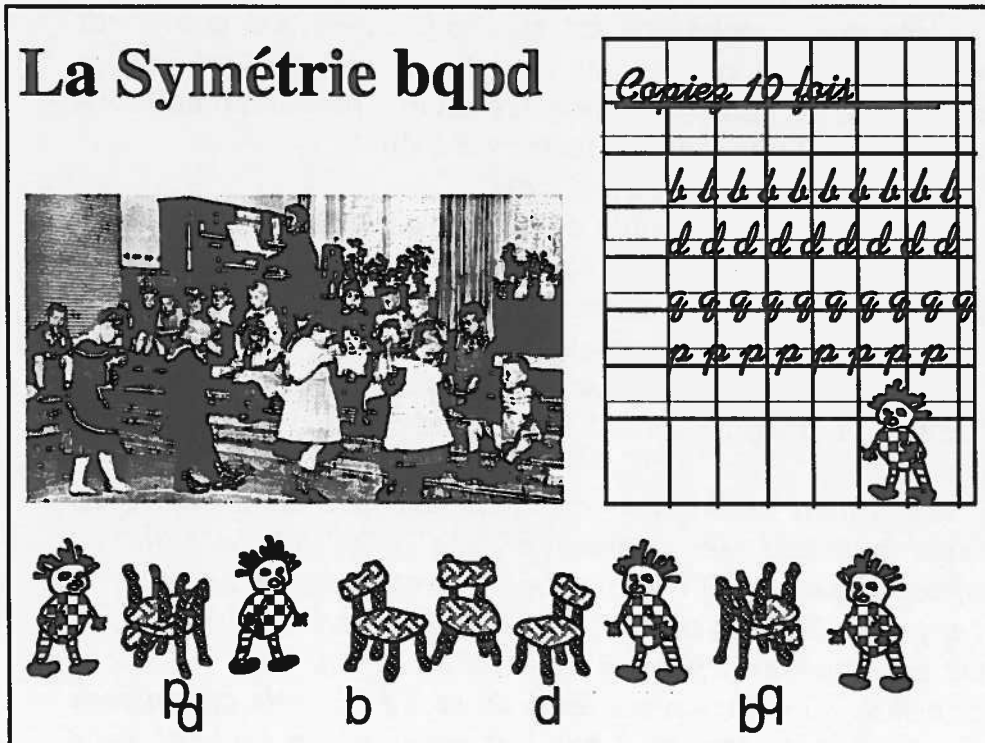
*"Cela me rappelle le problème bqpd ..."*

Je ne compris pas tout de suite cherchant au milieu du paradoxe EPR, de la violation de CP, et même peut-être CPT, du chat noir de Schrödinger et du chanoine du big bang (à moins que ce ne soit l'inverse) ... quel était ce fameux "problème bqpd"? J'étais encore plongé dans cette perplexité si caractéristique du chercheur qui cherche quand heureusement elle continua son histoire

*"tu sais quand les enfants apprennent à lire leur plus gros problème provient des lettres "b", "q", "p" et "d". Ils ne comprennent pas la différence. Le "d" ressemble à un fauteuil (n'est-il pas?). Si vous tournez le fauteuil, il devient alors un "b". Si vous le renverser il prend l'aspect d'un "p" ou un "q" ... Dans leur bon sens d'enfant vivant dans un monde à trois dimensions ils savent très bien que quel que soit son sens un fauteuil reste un fauteuil! Alors pourquoi les "b", "q", "p" et "d" sont-ils différents? Les enfants ne sont simplement pas habitués à l'espace de l'écrit qui est à deux dimensions avec des directions privilégiées de haut en bas et de gauche à droite. Pour eux la symétrie patente entre les "b", "p", "q" et "d" à deux dimensions montre qu'ils ne sont que 4 aspects d'une unique réalité de leur monde qui a trois dimensions : le fauteuil est unique alors que ses représentations à deux dimensions sont multiples..."*

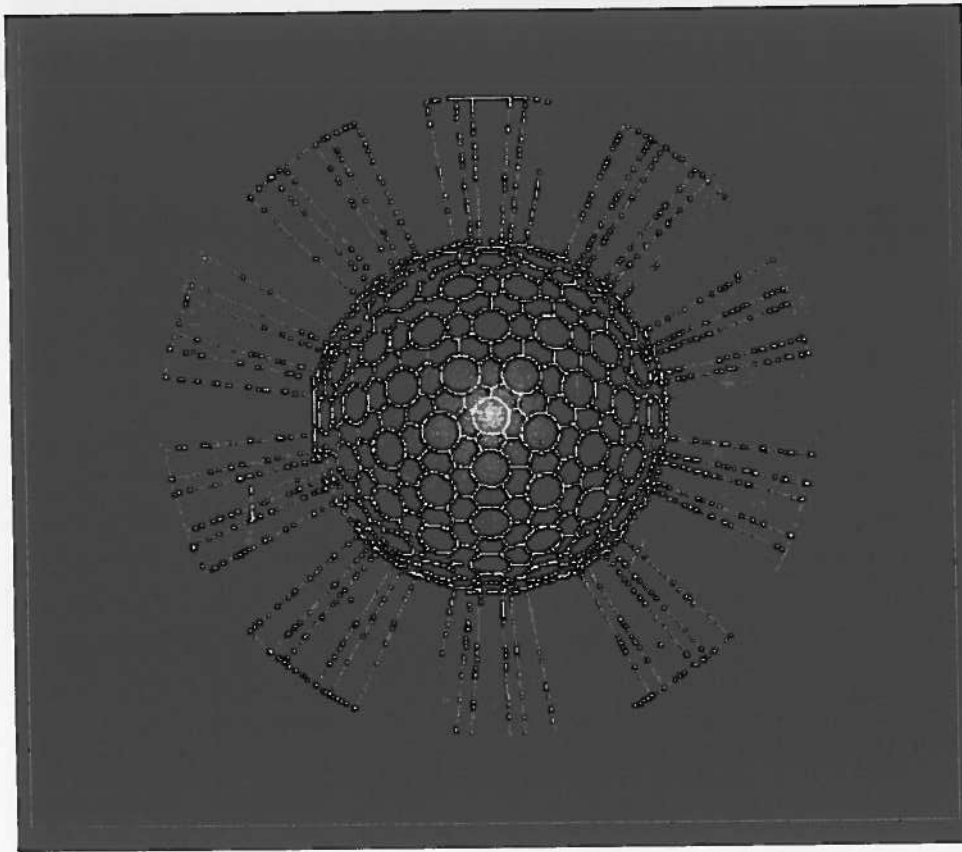
Ainsi les symétries et similitudes des photographies ou des images à deux dimensions témoignent-elles de l'existence d'une troisième dimension. De même les symétries des différents objets qu'observent les physiciens, peuvent indiquer l'existence d'espaces plus vastes. Ces espaces existent-ils réellement ou

n'est-ce qu'une façon de simplifier notre conception du monde?  
 La question n'est pas simple et peut-être n'a-t-elle pas vraiment de sens.



*Figure 14 :*  
*La symétrie bqpd.*

Imaginons que nous vivions dans (ou ne voyons qu') un monde à deux dimensions. Remarquant que les similitudes entre de très nombreux objets (plats) qui nous entourent peuvent être comprises si l'on suppose que l'on ne voit que les multiples projections à deux dimensions d'objets à trois dimensions, serions-nous en droit d'affirmer que cette troisième dimension existe? Ou pourrait-on seulement affirmer que les objets se rangent par classes, par familles associées chacune à un objet abstrait à 3 dimensions? C'est peut-être là plus affaire d'opinion que de science ...



**Figure 15 :**

*Les symétries et la géométrie, les nombres et l'infini ont toujours fasciné les artistes toutefois cette figure n'est pas une oeuvre de peintre mais le plan d'un détecteur de physique nucléaire "Gamma-sphere". En effet il n'est pas rare que les contraintes de la géométrie contraignent les physiciens à construire des appareillages qui frappent par leur esthétique.*

### **Isospin fort, isospin faible, saveurs et couleurs Fenêtres ouvertes sur l'invisible**

L'isospin a ainsi été la première symétrie interne associée à un espace nouveau que la mécanique quantique nous ait imposée. Bien sûr il était clair, dès le début, que cette symétrie

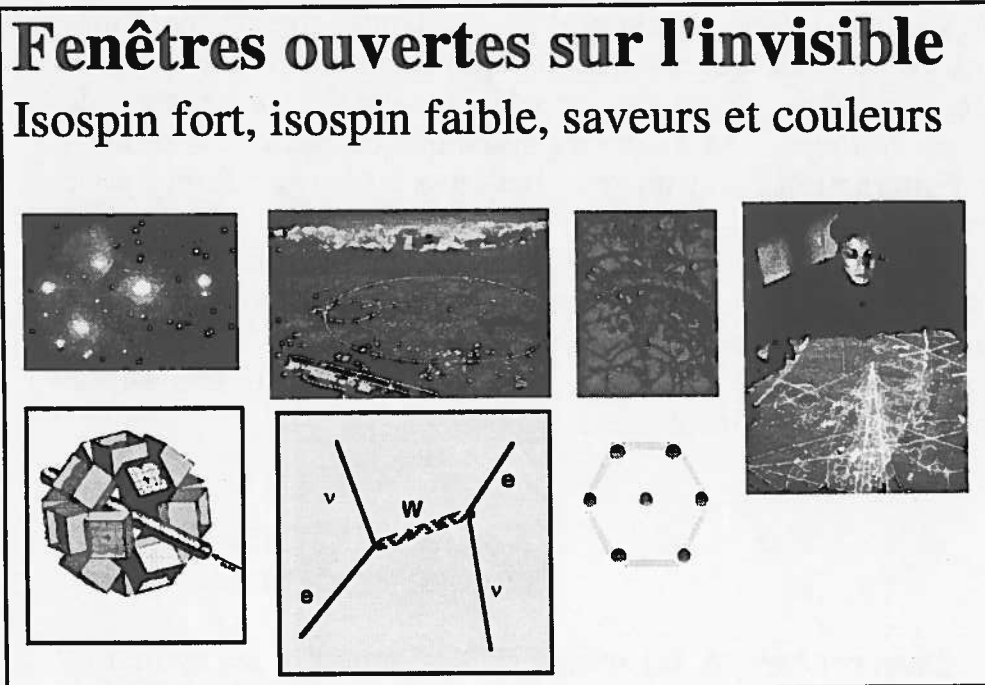
n'était pas respectée par toutes les interactions : le proton étant chargé mais le neutron ne l'étant pas, ils réagissent différemment au champ électromagnétique. La symétrie portait donc sa brisure depuis sa découverte.

La symétrie d'isospin est encore aujourd'hui très étudiée en physique nucléaire entre autres aux limites de la stabilité "forte" des noyaux (i.e. par rapport à l'interaction forte). Ce sont des régions importantes, certes pour l'astrophysique nucléaire, mais surtout pour la compréhension de la structure même des noyaux, comme peut le démontrer la découverte toute récente des noyaux à halo<sup>xiii</sup>. Son apport à la physique moderne dépasse toutefois très largement le champ strict de ses applications nucléaires. En effet cette idée que les particules possèdent des propriétés internes (de nombres quantiques nouveaux) associées à des symétries et des brisures de symétries caractérisant les interactions et régissant leur devenir, est à la base de la vision moderne du monde.

En janvier 1957 après le tremblement de terre qui secoua le monde de la physique causé par la découverte de la violation de la parité (la symétrie du miroir) dans la radioactivité  $\beta$  i.e. dans l'interaction faible Pauli écrivait ces mots à Weisskopf : "*Ce qui me choque n'est pas le fait que Dieu est gaucher mais le fait qu'en dépit de cela, il se manifeste lui-même comme symétrique droite/gauche quand il s'exprime fortement (l'interaction forte)... Comment une interaction peut-elle produire ou créer des groupes de symétrie, des invariances ou des règles de conservation? ... Je ne connais aucune bonne réponse à cette question mais on doit considérer qu'il existe déjà un précédent : le groupe de rotation dans l'espace de spin isotopique, qui n'est pas valable pour le champ électromagnétique...*"<sup>xxiv</sup>

Le spin isotopique a en fait été le "précédent", le prototype de toute la vision moderne du monde en particulier de la théorie que l'on nomme *modèle standard* et même au-delà. De cette noble famille des isospins la descendance est fameuse. La branche forte s'est peu à peu identifiée comme le groupe des

saveurs, symétrie des particules dont l'ordre a suggéré l'existence des quarks et l'invariance des interactions fortes par rapport à la saveur.



**Figure 16 :**

*Les symétries internes ont été l'un des moteurs du progrès récent de la physique. Ainsi l'isospin fort, qui joue un fort rôle en astrophysique (photo des plaiades à gauche) et dans la physique des noyaux exotiques (dessin du détecteur exogam à gauche), a conceptuellement entraîné l'invention de l'isospin faible qui a été testé avec l'accélérateur LEP au CERN à Genève (2<sup>e</sup> photo en haut à gauche). Cette théorie basée sur la symétrie de jauge d'isospin faible est illustrée par le diagramme de Feynman (2<sup>e</sup> dessin en bas à gauche). Le groupe de l'isospin est aussi à l'origine des saveurs symétrie qui a imposé l'idée des quarks (photo d'une chambre à bulle et dessin schématisé d'un octet de particules du groupe des trois premières saveurs de quark). Finalement l'isospin a aussi pour descendance le groupe des 3 couleurs pour les quarks (photo de chambre à bulle à droite).*

La branche faible a produit la théorie actuelle de l'interaction électro-faible sous le nom barbare d'invariance de

jauge (symétrie par rapport à des transformations différentes en chaque point de l'espace, transformations locales) de l'isospin faible et de la phase. Cette dernière ayant finalement été le modèle pour la théorie actuelle des interactions fortes qui est basée sur la symétrie par rapport aux mélanges locaux du triplet d'états triplés des quarks que les physicien distingue par un nouveau nombre quantique, appelé *lacouleur*<sup>43</sup> (*invariance de jauge de couleur*)...<sup>xv</sup> Ce nombre quantique de couleur joue ainsi pour l'interaction forte un rôle analogue à l'isospin faible pour l'interaction faible.

Tout cela est sans parler des super-symétries et autres théories d'avant-garde où les symétries jouent toujours un rôle essentiel. Le spin isotopique avait tracé la voie. Au gré des découvertes, les symétries et leurs brisures nous guident sur le long chemin de la connaissance.

### **Nommer l'infiniment petit Pour parler de notre monde**

Dans cet exposé, j'ai insisté sur le lien entre les symétries et la notion d'ordre, ordre rendu nécessaire par l'observation d'un monde de Quanta, un monde où les quantités jadis imaginées comme pouvant varier continûment apparaissent ne prendre que certaines valeurs. La nature n'a donc pas l'insouciance insignifiante d'un Univers où tout serait possible mais se révèle être un grand livre de chiffres dont il faut se préoccuper du sens. C'est cette énigme des nombres que déchiffre la mécanique quantique en décryptant les vibrations du monde. Après cette mise en onde, c'est une mise en ordre des observations que permettent les symétries et qui les justifient.

Si une symétrie est connue, elle impose les règles de géométrie qui nous sont familières au monde quantique.

---

<sup>43</sup> Par analogie purement gratuite avec la vision humaine (des non-daltoniens) de la couleur qui est basée sur trois couleurs car le nombre quantique, que porte le quark, ne peut prendre lui aussi que trois valeurs .

Inversement, l'observation d'un ordre patent nous oblige à concevoir une symétrie nouvelle. Elle nous entraîne vers des espaces inconnus possédant leurs propres règles de géométrie. Alors de nouvelles transformations et de nouvelles observations<sup>44</sup> se pliant aux règles inflexibles de la géométrie s'imposent à nous et s'exposent au verdict de l'expérimentation. Ainsi, les symétries nous permettent de "*soulever un coin du grand voile*" et "*de nous approcher du secret du vieux*"<sup>xvi,xvii</sup> comme aimait le dire "Albert le Malicieux".

Les nombres quantiques sont le langage de la nature. Permettant de nommer, ils sont Question et ils sont Réponse. Ils disent l'Invisible et le Visible, l'Indivisible et le Divisible, l'Elémentaire et le Composite, l'Ordre et le Désordre, l'Harmonie et le Chaos, l'Eternel et le Temporel ... Au gré des découvertes, les Symétries et leurs Brisures que nous montrent et nous démontrent les Quanta, nous parlent d'espaces et de géométries...

Même si, avec la mécanique quantique, ils régissent l'infiniment petit, ne nous y trompons pas, c'est bien de la musique de notre monde dont ils se font l'écho.

---

<sup>44</sup> Le physicien parle d'observable comme lien entre un état quantique, (un objet) et une observation (le résultat d'une mesure i.e. un nombre).

- 
- <sup>i</sup> *Le Trésor, Dictionnaire des sciences*. M. Serres et N. Farouki, Flammarion
- <sup>ii</sup> *L'empire des nombres*; D. Guedj, Découvertes Gallimard (1996)
- <sup>iii</sup> *Eléments de la théorie des Quanta et de mécanique ondulatoire*; L. De Broglie, Gauthier-Villars, librairie du bureau des longitudes de l'école polytechnique, Paris, 1953
- <sup>iv</sup> *Sources et évolution de la physique quantique, textes fondateurs*; J. Leite Lopes et B. Escoubès, histoire des sciences, Masson Paris (1995)
- <sup>v</sup> *La découverte du neutron (1920-1936)*; J. Six, Ed du CNRS Paris (1987)
- <sup>vi</sup> *La géométrisation de la physique*; Champs Flammarion, 1995
- <sup>vii</sup> E. Schrödinger, *Annalen der Physik*, 79 (1926) 361
- <sup>viii</sup> *Exploratorium Cookbooks*, Raymond Bruman, Exploratorium San-Francisco
- <sup>ix</sup> C. Uhlenbeck et S. Goudsmit, *Naturwissen* 13 (1925) 953
- <sup>x</sup> W. Pauli, *Z. Für Phys.* 31 (1925) 765
- <sup>xi</sup> *La physique des particules élémentaires, de sa naissance à sa maturité 1930-1960*, J. Laberrigue-Frolow, MASSON, Paris (1990).
- <sup>xii</sup> G. Breit, E.U. Condon et R.D. Present, *Phys. Rev.* 50 (1936) 825; B. Cassen et E.U. Condon *Phys. Rev.* 50 (1936) 846
- <sup>xiii</sup> Voir le numéro spécial de pour le Science sur la radioactivité
- <sup>xiv</sup> W. Pauli, *Collected scientific papers* Int. Scien. Pub. J. Willey & sons Inc.
- <sup>xv</sup> *Gauge theories in particle physics*, I.J.R. Aitchison and A.J.G. Hey, Inst. Of Phys. Pub. (1989)
- <sup>xvi</sup> Lettre de A. Einstein à M. Born 1926.
- <sup>xvii</sup> *Le cantique des quantiques, le monde existe-t-il?* S. Ortolí et J.P. Pharabod, Ed La découverte/Poche 1998 (ed originale 1984)